1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

# 数理モデルに基づく多重居住に関する分析の試み

武藤 滋夫　　＊大西 匡光
(東北大学 経済学部)　　(東北大学 経済学部)

## 1 多重居住

現在の高度技術社会において, 新幹線・高速道路網などの高速交通システムや情報・通信ネットワーク技術がもたらしたものの一つに以下のような居住形態の多様化がある (高橋 (伸), 大内, 早坂 [1]):

**カントリー・ライフ型:** 東京圏に居住し, 週末や長期休暇に家族揃ってリゾート地のセカンド・ハウスで生活する;

**ビジネス・キャンプ型:** 地方都市に本拠地としての住宅を持つ一方で, 都市でのセカンドハウスで主たる働き手が平日生活する;

**遠距離通勤型:** 都心部に住居を持たず, 地方都市から都心部まで通勤する.

本稿では, これらの居住形態を総称して多重居住 (muti-habitation) と呼び, 数理モデルを用いてその分析を試みる.

## 2 モデル

地理的に離れた, 潜在的には同一の地域 1, 2 を考え,

$ij$, $i,j=1,2$ : 地域 $i$ で居住し, 地域 $j$ で労働する主体のタイプ,

$n_{ij}$, $i,j=1,2$ : タイプ $ij$ の人口

とする. 2 地域の人口の合計は不変で,

$$n_{11}+n_{12}+n_{21}+n_{22}=N\ (>0) \tag{2.1}$$

とおく.

タイプ $ij, i,j=1,2$ の主体の効用水準 $u_{ij}$ は, 労働による賃金所得水準 $w_{ij}$ と居住快適性水準 $c_{ij}$ とによって定まり,

$$u_{ij}=U(w_{ij},c_{ij}) \tag{2.2}$$

とする, ただし $U(w,c)$ は $w$, $c$ に関して狭義に単調増加な関数である.

タイプ $ii, i=1,2$ の主体の賃金所得水準 $w_{ii}$ は, 彼の労働する地域 $i$ での限界生産性に等しく,

$$w_{ii}=F'(n_{1i}+n_{2i}) \tag{2.3}$$

とする. ただし $F(n)$ は生産関数である. 一方, タイプ $ij, i\neq j$ の主体の賃金所得水準 $w_{ij}$ は, 彼の労働する地域 $j$ での限界生産性を関数 $K(w)$ で割引いた値:

$$w_{ij}=K(F'(n_{1j}+n_{2j})) \tag{2.4}$$

とする, ただし $K(w)$ は $w$ に関して狭義に単調増加で

$$K(w)<w,\quad \forall w\neq 0 \tag{2.5}$$

を満たすものとする.

タイプ $ij, i,j=1,2$ の主体の居住快適性水準 $c_{ij}$ は, 彼の居住する地域 $i$ の人口 $n_{i1}+n_{i2}$ と地域 $i$ の地方政府の供給する公共財の量 $g_i$ とによって定まり,

$$c_{ij}=h(n_{i1}+n_{i2},g_i) \tag{2.6}$$

とする, ただし $h(n,g)$ は $(n,g)$ に関する凹関数である.

地域 $i$ の地方政府は, 各時刻で近視眼的に地域 $i$ に居住する $n_{i1}+n_{i2}$ 人の主体の居住快適性水準

$$h(n_{i1}+n_{i2},g_i) \tag{2.7}$$

を最適化するよう公共財の量 $g_i$ を供給する, 従って,

$$\begin{aligned} c_{ij} &= \max_{g_i} h(n_{i1}+n_{i2},g_i) \\ &=: H(n_{i1}+n_{i2}),\quad j=1,2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

となる. このとき $H(n)$ は $n$ に関する凹関数となることに注意する.

以上より,

$$\begin{aligned} u_{11}(\boldsymbol{n}) &= U(F'(n_{11}+n_{21}),H(n_{11}+n_{12})), \\ u_{12}(\boldsymbol{n}) &= U(K(F'(n_{12}+n_{22})),H(n_{11}+n_{12})), \\ u_{21}(\boldsymbol{n}) &= U(K(F'(n_{11}+n_{21})),H(n_{21}+n_{22})), \\ u_{22}(\boldsymbol{n}) &= U(F'(n_{12}+n_{22}),H(n_{21}+n_{22})) \end{aligned} \tag{2.9}$$

を得る.

## 3 ダイナミックス

各タイプの主体は, 他のタイプの主体との効用水準の高低に基づいて, 居住地域あるいは労働地域を変更し得ると仮定し, タイプの分布ベクトル

$$\boldsymbol{n} = (n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}) \tag{3.1}$$

が次の常微分方程式に従って時間的変化すると仮定する:

$$\dot{n}_{ij} = \sum_{kl \neq ij} a_{ij;kl}(\boldsymbol{n}), \quad i,j = 1,2, \tag{3.2}$$

ただし $a_{ij;kl}(\boldsymbol{n})$ は

1. $n_{kl} > 0$ かつ $u_{ij}(\boldsymbol{n}) > u_{kl}(\boldsymbol{n})$ のときに限り, $a_{ij;kl}(\boldsymbol{n}) > 0$;

2. $n_{ij} > 0$ かつ $u_{ij}(\boldsymbol{n}) < u_{kl}(\boldsymbol{n})$ のときに限り, $a_{ij;kl}(\boldsymbol{n}) < 0$

となる関数で, さらに適当な正則条件を満足するものとする.

## 4 均衡分析

均衡条件:

$$\dot{n}_{ij} = \sum_{kl \neq ij} a_{ij;kl}(\boldsymbol{n}) = 0, \quad \forall i,j = 1,2 \tag{4.1}$$

を満足するタイプの分布ベクトル $\boldsymbol{n}$ が存在すると仮定する.

**補題 4.1** 均衡分布ベクトル $\boldsymbol{n}$ において,

$$n_{ij},\ n_{kl} > 0 \ \text{ならば}\ u_{ij}(\boldsymbol{n}) = u_{kl}(\boldsymbol{n}). \tag{4.2}$$

□

つまらない場合を除外するため,

$$n_{11},\ n_{22} > 0 \tag{4.3}$$

と仮定する.

**定理 4.1** 均衡分布ベクトル $\boldsymbol{n}$ において,

$$n_{12} > 0 \ \text{と}\ n_{21} > 0 \tag{4.4}$$

とは両立し得ない. □

$n_{12} = n_{21} = 0$ の場合は我々の興味から外れるので, 以下では,

$$n_{12} > 0; \quad n_{21} = 0 \tag{4.5}$$

として分析を行う.

以下では分析の簡単化のため, 次の仮定を設ける:

**仮定 4.1** $n$ が 0 から $N$ まで変化したときの関数 $I(n) := H(n) - H(N-n)$ の符号変化は $n = N/2$ においてのみ起こる. □

いま居住快適性水準を最大化するという意味での各地域での (共通の) 最適な居住人口を

$$n^* := \arg\max_n H(n) \tag{4.6}$$

とおく.

次の定理を得る.

**定理 4.2**

**(i)** $F'(n)$ が $n$ に関して増加する場合:

**(i.1)** $n^* \leq \dfrac{N}{2}$ のとき,

$$n_{11} + n_{12} < \frac{N}{2} < n_{22}; \tag{4.7}$$

**(i.2)** $n^* > \dfrac{N}{2}$ のとき,

$$n_{11},\ n_{22} < \frac{N}{2} < n_{11} + n_{12},\ n_{12} + n_{22} \tag{4.8}$$

**(ii)** $F'(n)$ が $n$ に関して減少する場合:

**(ii.1)** $n^* \leq \dfrac{N}{2}$ のとき, 均衡は起こり得ない;

**(ii.2)** $n^* > \dfrac{N}{2}$ のとき,

$$n_{11} > \frac{N}{2} > n_{12} + n_{22}. \tag{4.9}$$

□

## 参考文献


[1] 高橋 (伸), 大内, 早坂, "マルチ・オフィスと高度技術社会", 高橋 (幸) 編, 新しい技術文明における地域社会システムのあり方の研究, 1993.

[2] Nakajima, T., "Improvement in Underpopulated Region is Preferable", College of Humanities and Social Sciences, Iwate University, Morioka, Japan, 1993.