1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

学習グループ構成問題のヒューリスティック解法

01602305　岡山理科大学　宮 地 功　MIYAJI, Isao

1．はじめに

小学校では日常的にグループ学習をよく行っている。そのために、学級においてその学習の単位である学習グループは学習を進める上だけでなく、友達関係を作る上でも重要である。仲間作り、仲の良いまとまりのある学級を作るために、学習グループの構成員はお互いに親密な友達関係を作るきっかけともなる。

開発した間隔尺度法による友達調べ[3][4]によって、構成員全員による全員に対する選択する強さの度合r_{ij}が得られる。r_{ij}は児童iが児童jを選択した強さを表す。そのr_{ij}を表にした友達関係行列$R=(r_{ij})$，$0 \leqq r_{ij} \leqq 1$から児童をL組の学習グループに分ける問題Pを考える。問題Pを多目的集合分割問題[1,7]として定式化したことを既に報告した[5,6]。本論文では、問題Pのヒューリスティック解法を提案する。本アルゴリズムを用いて、51学級の実際の友達関係行列を用いて、学習グループの構成案を求めた。

以下では、定式化した学習グループ構成問題Pを示し、解法を提案し、実例の得られた解を示す。

2．定式化

ここでは，友達関係行列を用いて、n人の児童からなる学級を、L組の学習グループに分ける問題を定式化する。まず、次のように記号を定義する。

$S_0=\{1,2,\cdots,n\}$：学級の児童の集合

x_{ik}：児童iがある学習グループkに属するか属しないかを表す2値決定変数

M：学級内の男子の集合，W：学級内の女子の集合，n_M：学級内の男子の数

n_W：学級内の女子の数，　c_{kM}：学習グループkを構成する男子の数

c_{kW}：学習グループkを構成する女子の数

b_{ij}：選択したかどうかを表す2値定数

$$b_{ij}=\begin{cases}1, & r_{ij}>0\\ 0, & r_{ij}\leqq 0\end{cases}\quad (i,j=1,2,\cdots,n)$$

n_d：異なるグループにする児童数　D：異なるグループにする児童の集合

D_p：児童pとは異なるグループにすべき児童の集合

学習グループ構成問題Pは以下の制約式(5),(6),(7),(8)の下で目標(1),(2),(3),(4)を達成する問題である。

$$\max\ z_1=\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} r_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{1}$$

$$\max\ z_2=\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{2}$$

$$\max\ z_3=\min_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} r_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{3}$$

$$\max\ z_4=\min_{k=1}^{L}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_{ik}x_{jk} \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\quad x_{ik}=0 \text{ or } 1,\ i=1,2,\cdots,n;\ k=1,2,\cdots,L \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{L} x_{ik}=1,\ i=1,2,\cdots,n \tag{6}$$

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{i\in M} x_{ik}=c_{kM}\\ \sum_{i\in W} x_{ik}=c_{kW}\end{array}\right\}\ k=1,2,\cdots,L \tag{7}$$

$$x_{ik}x_{jk}=0,\ i\in D,\ j\in D_i,\ k=1,2,\cdots,L \tag{8}$$

問題Pは学級の構成員をいくつかのグループに分けるという意味で集合分割問題の一つである。しかも目標関数が4つある多目的集合分割問題である。

3．解法

ある時間内にできるだけ良い近似解が得られるようにするために、以下のヒューリスティック解法を提案する。ここで、C_pは児童pと相互選択になる児童の集合であり、M_{cmax}は最大相互選択数であり、n_{ba}とn_{ga}は既に割当てられた男女の数である。集合C_pの中で児童pとの選択強さが最大のものをr_{max}とする。構成できたペアの数をn_pとする。

step1(初期値設定)：児童数n、男子数n_b、女子数n_g、男子残り数n_{bm}、女子残り数n_{gm}、グループ数L、異なるグループにする児童数n_dを与える。集合Dと集合D_pを与える。相互選択数M_cと重み付き相互選択数M_{cw}を与える。友達関係行列Rを与える。$\lambda=0$，$n_p=n_{ba}=n_{ga}=0$とする。

step2(相互選択数順の並び換え)：児童$i\in S_0$をM_cの小さい順に並べる。M_cが同じ場合、M_{cw}の小さい順に並べる。

step3(ペア児童の決定)：ペアになっていない児童の集合をSとする。$S_p=\phi$であれば、step16に行く。$n_b-n_{ba}>n_{bm}$または$n_g-n_{ga}>n_{gm}$であれば、最初の児童をペアを作る児童$p\in S$とし、step4に行く。そうでなければ、step15に行く。

step4(選択集合の決定)：児童pが選択している児童の集合$S_p=\{j|r_{pj}\geqq 0, i\in S\}$を求める。

step5(集合の縮小)：児童がp∈Dであれば、$S_p=S_p-D_p$とする。$S_p\neq\phi$であれば、step10に行く。そうでなければstep6に行く。

step6(被選択集合の決定)：$S_p=\phi$であれば、児童pを選択している児童の集合$S_p=\{j|r_{jp}\geqq 0, j\in S\}$を求める。

step7(集合の縮小)：児童がp∈Dであれば、$S_p=S_p-D_p$とする。$S_p\neq\phi$であれば、$C_p=S_p$としてstep11に行く。そうでなければstep8に行く。

step8(相互選択数の大きい集合の決定)：$S_p=\phi$であれば、児童pのペア候補集合$S_p=\{j|M_{cj}\geqq M_{cmax}-1, j\in S\}$を求める。

step9(集合の縮小)：児童がp∈Dであれば、$S_p=S_p-D_p$とする。$C_p=S_p$としてstep11に行く。

step10(相互選択集合の決定)：集合S_pから児童pと相互選択になる児童のペア候補集合$C_p=\{j|r_{pj}\geqq 0, r_{jp}\geqq 0, j\in S_p\}$を求める。集合$C_p=\phi$であれば、$C_p=S_p$とする。

step11(ペア候補の列挙):集合C_pの中で選択強さが$r_{max}-\lambda$以上の児童をペア候補集合$C_p=\{j|r_{pj}\geqq r_{max}-\lambda, j\in Cp_p\}$として求める。

step12(並び換え):集合C_pを選択強さの和の大きい順に並び換える。

step13(ペア児童の決定):ペア候補C_pの中の最初の児童qをペアとする。$S=S-p-q$, $n_p=n_p+1$とする。

step14(ペアの組み合わせ終了判定):$n_p<2L$ならばstep3に戻る。そうでなければstep15に行く。

step15(5人グループ構成候補の決定):ペアにならなかった児童の集合$U=S$とする。

step16(ペアの分類):構成されたペアを男子ペアP_b、女子ペアP_g、異性ペアP_hに3分類する。

step17(異性ペア数の調整):異性ペアP_hが奇数の場合、最後に構成された異性ペアP_hを同性ペア(P_bまたはP_g)のいずれか少ない方に入れる。

step18(同性ペア数の調整):最後に構成された同性ペア(P_bまたはP_g)から1つずつ移動して、男子ペアと女子ペアの数が同数になるようにする。

step19(並び換え):$P_h=\phi$ならばstep22に行く。異性ペアを選択強さの和の小さい順に並び換える。

step20(異性ペアの組み合わせ):$P_h=\phi$ならばstep22に行く。未構成の最初の異性ペア$P_h{}'$に対して、残りの異性ペア$P_h{}'$との間の選択強さの和$\Sigma r_{pj}+\Sigma r_{jp}$と選択数の和$\Sigma b_{pj}+\Sigma b_{jp}$を求める。

step21(学習グループの決定):異性ペア$P_h{}'$と選択強さの和が最大の残りの異性ペア$P_{hmax}{}'$とを学習グループにする。step20に戻る。

step22(並び換え):$P_b=P_g=\phi$ならばstep25に行く。男子ペアと女子ペアをそれぞれ選択強さの和の小さい順に並び換える。

step23(同性ペアの組み合わせ):$P_b=P_g=\phi$ならばstep28に行く。未構成の最初の男性ペア$P_b{}'$に対して、残りの女子ペア$P_g{}'$との間の選択強さの和$\Sigma r_{pj}+\Sigma r_{jp}$と選択数の和$\Sigma b_{pj}+\Sigma b_{jp}$を求める。

step24(学習グループの決定):男性ペア$P_b{}'$と選択強さの和が最大の残りの女性ペア$P_{gmax}{}'$とを学習グループにする。step23に戻る。

step25(学習グループ構成の終了判定):$U=\phi$ならば、step28に行く。

step26(5人グループ構成の準備):$U=\phi$ならばstep28に行く。すべての学習グループに対して、児童の集合Uの最初の児童p_uとの選択強さの和と選択数の和を求める。

step27(5人グループの構成):選択強さの最大和の学習グループにその児童を入れる。選択強さの最大和が同じものがあれば、選択数の最大和の学習グループにその児童を入れる。$U=U-p_u$として、step26に戻る。

step28(backtrack):ペア候補C_pの中で、次の候補をペアとしてstep14に戻る。C_pのすべての児童について調べ尽くしたならば、$\lambda=\lambda+0.25$, $n_p=n_{ba}=n_{ga}=0$として、step11に戻る。$\lambda\geqq 1$ならば、実行を終了する。

4. 考 察

変数の数はnLであり、本問題での解を求めるために組合せの数は${}_{nL}C_n$である。ただし、これは女子と男子を区別しないで学習グループを作る場合である。仲の良い、まとまりのある学級を作るためには、学習グループはほぼ同数の男子と女子の児童から構成することが必要である。座席では隣の児童はできるだけ異性になるように配置することが望ましい。そうすると組合せの数は${}_{n_bL}C_{n_b}\times{}_{n_gL}C_{n_g}$となる。いま、nb=ng=n/2=20, L=10であるとすると、nL=400であるので、${}_{nL}C_n={}_{400}C_{40}=1.97\times10^{55}$が${}_{n_bL}C_{n_b}\times{}_{n_gL}C_{n_g}={}^{2}{}_{200}C_{20}=1.61\times10^{27}$に組合せの数を減少できる。しかし、これでも探索する時間の点から、現在最適解を求めるのは困難である。

実際問題として、小学校の現状を考えるとパソコンで1時間以内ぐらいで解が得られる必要がある。その時間内に得られる近似最適解を求めるアルゴリズムを提案した。step11において、集合C_pの中で選択強さが$r_{max}-\lambda$以上の児童をペア候補としている。このλを段階的に大きくすることによって、次第に候補として選択強さの弱い児童も入れることによって候補数を増加して、限られた時間内でできるだけ速く良い近似解が得られる方略を採用した。$\lambda=0$の場合の実際の51学校についての結果の一部を表1に示す。

多くの学級では毎月のように席替えをしている。友達関係は日々わずかずつ揺らいでいる。その揺らぎを考慮すると、学習グループ構成案は近似最適解で十分である。学習グループは学級の運営上重要であるが、最適解とのわずかな相違は許容されると考えられる。それよりも、指導とその効果の測定を繰り返して、適切な指導が為されることが重要である。担任の指導が支援できるような、繰り返し使ってみようと思うようなシステムを開発していきたい。

参 考 文 献

(1)伏見多美雄,福川忠昭,山口俊和:経営の多目標計画, 森北出版 (1987).

(2)河井芳文:ソシオメトリー入門, みずうみ書房 (1985).

(3)宮地功, 岸誠一:新しいソシオメトリックテスト用紙と新しい指標の提案, 日本教育工学会研究報告集, JET92-6 (1992) 23-28.

(4)宮地功, 岸誠一, 小孫康平:間隔尺度測定に基づくソシオメトリックテストの提案と分析システムの開発, 教育情報研究, Vol.9, No.2 (1993) 33-44 .

(5)宮地功:学習グループ構成問題, 日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集 (1995) 20-21.

(6)宮地功:間隔尺度法の友達調べを用いた学習グループと座席配置による友達関係,第11回日本教育情報学会年会研究発表論文集 (1995) 136-137.

(7)Steuer, R.E.:Multiple Criteria Optimization (1986) John Wiley & Sons.

表1 学習グループ構成アルゴリズムによる近似最適解の例

学級No	児童数 男	児童数 女	児童数 全体	抽出番号	抽出時間	最大選択強さ	最大選択数	最大選択強さ最小値	最大選択数最小値	組合せの数	計算時間(秒)	平均選択数	平均相互選択
1	17	19	36	1	3	23.25	35	2.25	3	9	7	8.3	5.2
				2	4	23.00	36	2.00	3			4.1	2.7
				8	6	21.75	37	2.00	3				
2	15	19	34	764	142	40.00	55	3.00	5	1296	238	9.7	2.9
				41	13	38.50	57	3.25	5			6.4	2.2
				98	24	36.25	52	3.50	5				
3	21	20	41	9	6	49.00	58	3.00	3	79	23	13.9	6.9
				2	4	48.50	62	3.00	3			10.0	5.2
				25	9	46.25	55	3.25	4				
4	19	21	40	50	20	43.25	59	2.75	4	199	69	13.7	6.1
				156	53	40.50	61	3.00	4			8.7	3.8
				47	19	42.00	58	3.25	4				
5	17	17	34	3	4	35.50	61	2.75	5	3	5	14.9	8.7
				2	3	34.50	63	2.75	5			7.4	4.5
				1	3	34.75	60	2.50	4				
6	15	20	35	8	8	31.50	54	2.00	3	40	20	8.8	4.3
				28	15	30.75	58	2.00	3			4.4	2.5
				5	6	28.50	46	2.25	3				
7	18	19	37	6	5	20.25	39	1.50	2	16	8	9.3	5.1
				1	3	18.75	41	1.50	2			4.5	2.7
				2	3	19.50	40	1.50	2				
				3	4	20.00	40	1.50	2				
8	19	18	37	118	34	37.75	71	3.25	5	156	48	15.7	9.6
				124	35	37.25	72	3.25	5			7.7	5.3
				117	33	37.50	71	3.25	5				
				73	23	35.50	68	3.25	5				

by N88BASIC Ver.6.0 & PC-9821 Xa10(CPU Pentium100MHz)