計測器のﾄﾚｰｻﾋﾞﾘﾃｨｰ確保に向けたｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀｰの適用

秩父小野田(株)　No.01008060　相沢 健実　AIZAWA Takemi

はじめに

ISO9000シリーズのトレーサビリティーの要求事項では国家基準にまで繋がる計測行為の階層構造において、校正の為の系統的なシステムを手順化し、それが効果的に実施されていることを立証できる能力を要求している。この校正最適化問題に対し、制御や予測の分野で応用の進んでいるカルマンフィルター(以下 Kalman Filter)が手順化可能なシステムとして効果的に適用できることを示すと同時に適用上の幾つかの留意点を明らかにする。

1. 最適校正問題の一般化

問題は低精度側の計測器を高精度側の計測器でどう校正するのが最適かである。この場合の"最適"とは、その校正則で低精度側の計測器を校正しながら得られる推定値と、対応する高精度側計測値とのズレ量(推定誤差)の平方和が最小となることとする。言葉の厳密性を省みず単純に表現すれば、観測されたズレ量を直ちに補正するという立場と、じっくりズレ量の推移を見守って、ズレ量が間違いないと確信できたら補正するという2つの立場があり、この極端な両者の間に"最適"な方法があると考えるのは自然である。そこで、この計測器の校正問題にKalman Filterを適用することを考える。

2. Kalman Filter の概要

ここではKalman Filterの一般形を示すに止め、詳細とその導出は参考文献に譲ることにする。[1]-[3]

システムを式(1),(2)のように記述する。但し、ここで用いる記号を次のように定義する。

x_k：状態変数ベクトル(サイズm)
y_k：観測信号ベクトル(サイズn)
w_k：システムノイズベクトル(m)
v_k：計測ノイズベクトル(n)
F_k：状態遷移行列(m×m)
G_k：駆動行列(m×m)
H_k：観測行列(n×m)

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k \quad (1)$$
$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2)$$

この系にKalman Filterを適用すると、xの推定値である$\hat{x}$(記号の上の^は推定値を表す)は、(3)〜(7)式のように逐次計算される。ここで用いる記号の説明を以下に示す。また、$\hat{x}_{k/k-1}, \hat{\Sigma}_{k/k-1}$ 等の記号表現は、k-1時点でのk時点の値の予測値を表す。

K_k：Kalman Gainベクトル(m)
Σ_k：推定誤差の共分散行列(n×n)
Σ_{wk}：$\{w_k\}$の共分散行列(m×m)
Σ_{vk}：$\{v_k\}$の共分散行列(n×n)

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k(y_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (3)$$
$$\hat{x}_{k+1/k} = F_k \hat{x}_{k/k} \quad (4)$$
$$K_k = \hat{\Sigma}_{k/k-1} H_k^T [H_k \hat{\Sigma}_{k/k-1} H_k^T + \Sigma_{vk}]^{-1} \quad (5)$$
$$\hat{\Sigma}_{k/k} = \hat{\Sigma}_{k/k-1} - K_k H_k \hat{\Sigma}_{k/k-1} \quad (6)$$
$$\hat{\Sigma}_{k+1/k} = F_k \hat{\Sigma}_{k/k} F_k^T + G_k \Sigma_{wk} G_k^T \quad (7)$$

3. Kalman Filter による定式化

ここでは以下の2つのモデルに関して検討する。

3.1 2つの計測器の勾配のズレを考慮しないモデル

まず単なるズレ量(バイアス)を考えればすむ場合から取り上げる。両計測値間の検量線の勾配が長期に安定的で、かつ正確に設定されていて、測定値間のドリフトのみが問題となるケースである。この条件が満たされるためには、高精度側/低精度側双方の計測器のハード(メカニカルな部分及びアンプ機能他)が充分に管理状態であることが前提となる。

このモデルの状態量 x_k は二つの計測値間のズレ量(バイアス)であり、これに観測ノイズが乗ったものが次式の観測値 y_k となる。

y_k=低精度側測定値 - 高精度側測定値　(8)

また、F,G,Hが単位元(この場合スカラ)なのでシステムは、

$$x_{k+1} = x_k + w_k \quad (9)$$
$$y_k = x_k + v_k \quad (10)$$

と表され、この系に対してKalman Filterを適用すると、次のようになる。但し、$\{w_k\}$, $\{v_k\}$ を夫々平均0、分散σ_w^2, σ_v^2の定常なガウス白色雑音とする(この場合スカラーとなるのでΣをσで表現した。

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - \hat{x}_{k|k-1}) \quad (11)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \hat{x}_{k|k} \quad (12)$$

$$K_k = \frac{\hat{\sigma}^2_{k/k-1}}{\hat{\sigma}^2_{k/k-1} + \sigma^2_v} \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}^2_{k/k} = \hat{\sigma}^2_{k/k-1} - K_k \hat{\sigma}^2_{k/k-1} \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}^2_{k+1/k} = \hat{\sigma}^2_{k/k} + \sigma^2_w \quad (15)$$

3.2 勾配のズレを考慮するモデル

次に、バイアスに加えて勾配のトレンドも追跡するモデルを考える。これが一般に"検量線(Calibration Curve)"のチェックと呼ばれるケースである。使用する記号を次のように設定すると、F, Gは単位行列なので、システムは次式で表現できる。

$x_{(0)k}$：検量線の切片　$x_{(1)k}$：検量線の勾配
H_k: 高精度側測定値　y_k :低精度側測定値
$w_{(0)k}$：切片の変動(両計測器含む)
$w_{(1)k}$：勾配の変動(両計測器含む)
v_k：計測ノイズ(両計測器含む)

$$\begin{bmatrix} x_{(0)k+1} \\ x_{(1)k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{(0)k} \\ x_{(1)k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{(0)k} \\ w_{(1)k} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 \\ H_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_{(0)k} \\ x_{(1)k} \end{bmatrix} + v_k \quad (17)$$

この系に対して、4.1節同様、システムノイズと計測ノイズが定常ガウス白色雑音と仮定し、記号を次のように定義し直すと、式(3)～(7)のKalman Filterの基本構成をそのまま使うことができる。

$$K_k = \begin{bmatrix} K_{(0)k} \\ K_{(1)k} \end{bmatrix} (18), \qquad \hat{\Sigma}_{k/k} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}^2_{(00)k/k} & \hat{\sigma}^2_{(01)k/k} \\ \hat{\sigma}^2_{(10)k/k} & \hat{\sigma}^2_{(11)k/k} \end{bmatrix} (19),$$

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \sigma^2_{w(0)} & 0 \\ 0 & \sigma^2_{w(1)} \end{bmatrix} \quad (20).$$

なっている。

4. 適用上の留意点

Kalman Filterは、今日では制御や予測の分野で幅広く応用が進んで来ている。しかし、計測器の最適校正問題への適用例は少ないことも手伝って、この種の応用を手掛ける際の注意点が充分に整理されていない。そこで、この間に得られた、Kalman Filterを計測器の最適校正問題に効果的に適用するための留意点を、紙面の都合上、その項目のみを以下に列挙する。これらは、何れも、自動制御、ないしは、数理統計の世界では一般的な事項ではあるが、その間隙で看過され易いものである。

(1) 状態変数の選択
(2) 逆推定
(3) ｼｽﾃﾑﾉｲｽﾞと計測ﾉｲｽﾞ、及び推定誤差の初期値
(4) データの正規化
(5) 誤差,ﾉｲｽﾞの検討と異常値からのｼｽﾃﾑの保護

5.実データによる計算

例として、セメント製造工程の原料調合制御を取り上げる。原料化学成分の測定には蛍光X線分析が用いられているが、蛍光X線分析装置としては、粉末型連続測定装置(以下粉末型)と、試料をガラス化して分析する溶融ビード型(以下ビード型)の2種類が用いられている。分析精度は後者の方が高いが、バッチ式であるので、通常の成分制御は粉末型を用いて毎分一回計算機で行なわせ、これをビード型で交代一回(=8hr 毎)　チェックする方式を採用している。そこで、ある工場での典型的な原料調合の測定データを使用し、3節の計算を行った結果、推定誤差の標準偏差は以下のようになった。

(3.1) 勾配のズレを考慮しないモデル
Kalman Filter 使用時 = 0.0130
固定単回帰線使用時 = 0.0409
(3.1) 勾配のズレを考慮するモデル
Kalman Filter 使用時 = 0.0173
平均シフトの時 = 0.0296

これら4個の標準偏差を比較すると、固定バイアス(後智恵で平均値だけ補正)による結果(0.0296)よりは、Kalman Filter による最適バイアス追従のほうが(0.0173)、さらに、それよりも、Kalman Filter によるバイアスと勾配双方の追従方式の方が(0.0130)誤差が少ないことがわかる。

おわりに

今報告では状態(この場合は検量線の切片と勾配)の推定に焦点を当てて論を進めてきたが、視点を変えてσを継続的にチェックすることにより、計測器の異常診断に目安を与えることもできる。また、今後、非線形系への応用も重要となるだろう。

参考文献

[1] R .E.Kalman(1960): " A n ew approach t o l inear f iltering a nd prediction p roblem", J ounal o f Basic E ngineering, 82,35-45。
[2] 片山徹(1983):「応用ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀｰ」,朝倉書店。
[3] 有本卓(1977):「ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀｰ」,産業図書。