1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

探索経路所与の移動目標捜索に関するゲーム問題

1504810 防衛大学校　*宝崎隆祐　　1000890 防衛大学校　飯田耕司

1．はじめに

Eagle[1] らが研究した探索経路制約付き移動目標捜索問題の極端な場合として，捜索者の探索経路が与えられている場合の捜索問題を前回までの発表 [2][4] で議論した．そこでは目標側の戦略としての複数経路の経路選択確率は与えられたものとして，捜索者側のone-sidedな最適戦略を求めようとしたものであった．今回の発表では，目標側と捜索者側双方の戦略を含んだ行列ゲームを取り扱い，その均衡解について議論した．

2．モデルの記述と最適なπ_0－領域分割

離散時間 $t=1,\cdots,T$ において，セルで表現される離散空間上を目標及び捜索者は移動する．いま残り捜索時間がkである時点をk期と呼び，$k=T,T-1,\cdots,1$での捜索を考える．捜索者は与えられたセル列（探索経路）$\{\sigma(k);\ k=T,\cdots,1\}$ 上を移動しながら，要すれば移動セルを調査（ルック）し目標の探知に努力する．目標の取り得る経路（パス）全体 Ω は有限な複数経路から成り，パス ω をとった場合の k 期での位置はセル $\omega(k)$ で表される．セルiに目標が存在する場合のルックによる探知確率は p_i である．また，k期におけるセルiのルックにはコスト $c_0(i,k)$ を消費するが，目標を探知した場合には価値 $V(i,k)$ を捜索者は獲得でき，そこで捜索は終了する．この状況で，探知までの期待利得（期待獲得価値から期待捜索コストを引いたもの）を最大化しようとする捜索者側と，それを最小化しようとする目標側との期待利得を支払い関数とする２人ゼロ和の行列ゲーム問題を考える．目標側は混合戦略として捜索開始時点における経路選択確率 $\pi_0=\{\pi_0(\omega),\omega\in\Omega\}$ を採る．また捜索者側は，純粋戦略として，各期での移動セルをルックする確率戦略$\{0\le\varphi(k)\le 1,k=T,\cdots,1\}$を採りうるが，前回 [4] の議論で明らかなように結果的には0-1戦略（ルックするか，しないかだけの戦略）を考えれば十分である．したがって，ベキ集合2^Tの任意の純粋ルック戦略φを採る確率戦略$\nu=\{\nu(\varphi),\varphi\in 2^T\}$を捜索者側の混合戦略とする．

目標の混合戦略π_0が与えられた場合，期待利得を最大化する捜索者の最適ルック戦略を求めるone-sidedな問題は，次式で与えられる動的計画法により解くことができた（[4] 参照）．$f_k(\pi)$は，目標経路選択確率がπであるk期から最適ルックφ^*を実施することで得られる最大期待利得である．

$$f_k(\pi)=\begin{cases} f_{k-1}(\pi), & f_{k-1}(\pi)\ge g_k(\pi) \text{ の場合であり}, \varphi^*(k)=0 \\ g_k(\pi), & f_{k-1}(\pi)< g_k(\pi) \text{ の場合であり}, \varphi^*(k)=1 \end{cases} \quad (1)$$

初期条件：任意の π に対し，$f_0(\pi)=0$　(2)

ただし，$\Omega_k=\{\omega\in\Omega|\omega(k)=\sigma(k)\}$，$\Lambda_k\pi(\omega)=\pi(\omega)(1-p_{\sigma(k)}\delta_{\sigma(k)\omega(k)})/\{1-p_{\sigma(k)}\sum_{\omega\in\Omega_k}\pi(\omega)\}$ とすると，

$$g_k(\pi)=p_{\sigma(k)}V(\sigma(k),k)\sum_{\omega\in\Omega_k}\pi(\omega)-c_0(\sigma(k),k)+(1-p_{\sigma(k)}\sum_{\omega\in\Omega_k}\pi(\omega))f_{k-1}(\Lambda_k\pi) \quad (3)$$

この漸化式により，$|\Omega|-1$次元単位単体$\{\pi_0(\omega);\sum_{\omega\in\Omega}\pi_0(\omega)=1,\pi_0(\omega)\ge 0,\omega\in\Omega\}$ の任意の点に対する捜索者の最適ルック戦略が得られる．同じ最適ルック戦略をもつ点$\{\pi_0(\omega)\}$の集合によりこの単位単体を分割することをπ_0－最適分割と呼び，各分割領域をπ_0－最適領域，これに対応する最適ルック戦略を所属最適ルック戦略と呼ぶ．このとき次が成り立つ．

定 理 1　各π_0－最適領域は凸多面体である．

証明：π_1及びπ_2が同じπ_0－最適領域Πに属しているとすると，$f_T(\pi_0)$のπ_0に関する凸性から$\lambda\pi_1+(1-\lambda)\pi_2\in\Pi$となり，$\Pi$は凸集合である．また，$\pi_0$－最適領域の境界は(1)式の条件式から与えられるが，$f_k(\pi)$及び$g_k(\pi)$は$\{\pi(\omega)\}$の１次式となることから，帰納法により，π_0－最適領域の境界は$\{\pi_0(\omega)\}$の超平面により定義される．□

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$|\Omega|-1$次元単位単体が所属最適ルック戦略$\{\varphi_i^*, i=1,\cdots,N\}$をもつ$N$個の$\pi_0$-最適領域$\{\Pi_i, i=1,\cdots,N\}$に分割できたとすると，上の定理により$\min_{\pi\in\Pi_i} f_T(\pi_0)$は線形計画法で解くことができる．また，ゲーム問題に関しては次の定理が成り立つ．

定 理 2 $v*=\min_{i=1,\cdots,N}\{\min_{\pi_0\in\Pi_i} f_T(\pi_0)\}$で得られる$v^*$及び$\pi_0^*$は，それぞれゲームの値及び目標の最適混合戦略である．また，捜索者側の最適混合戦略$\{\nu^*(\varphi), \varphi\in 2^T\}$に関しては，所属最適ルック戦略$\{\varphi_i^*, i=1,\cdots,N\}$以外の$\varphi\in 2^T$に対し，$\nu^*(\varphi)=0$が成り立つ．(証明略)

3．数値例

3時点$\{k=3,2,1\}$，3離散セル$\{i=1,2,3\}$上での捜索問題を考える．3つの目標経路は$\{\omega=1\}=\{2,2,1\}, \{\omega=2\}=\{2,2,2\}, \{\omega=3\}=\{3,2,3\}$，探索経路は$\{\sigma\}=\{2,2,2\}$であり，他のシステムパラメータは$V(i,k)=4$, $c_0(i,k)=1$, $p_i=1/2$ ($i=1,2,3$, $k=3,2,1$)に設定されている．このとき$|\Omega|-1$次元単位単体を$\pi_0(\omega=1)-\pi_0(\omega=2)$平面で表し($\pi_0(\omega=3)=1-\pi_0(1)-\pi_0(2)$である.)，この平面内の$\pi_0$-最適領域を図示すると図1となる．ここで定理2によりゲームの値及び目標の最適混合戦略を求めたものが表1である．因みに，他の議論から，捜索者の最適戦略は$\nu^*(\varphi_2^*)=1$の純粋戦略となる．

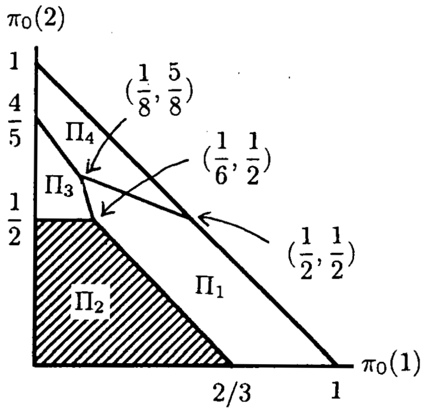

図1　最適領域分割

表1　π_0-最適領域とゲームの解

最適領域	所属最適ルック戦略	$f_T(\pi_0)$	$\min_{\pi_0\in\Pi_i} f_T(\pi_0)$	ゲームの値とπ_0^*
Π_1	$\varphi_1^*=(1,1,0)$	$\frac{3}{2}(\pi_0(1)+\pi_0(2))$	1	$v^*=1$ π_0^*：図1の斜線部分
Π_2	$\varphi_2^*=(0,1,0)$	1	1	
Π_3	$\varphi_3^*=(0,1,1)$	$\frac{1}{2}+\pi_0(2)$	1	
Π_4	$\varphi_1^*=(1,1,1)$	$\frac{7}{4}\pi_0(1)+\frac{9}{4}\pi_0(2)-\frac{1}{2}$	$\frac{9}{8}$	

4．おわりに

捜索者の最適ルック戦略を決めるone-sidedな問題でさえＮＰ完全となることは前回証明した．ここで述べたゲーム問題の解法が大規模な問題に対しどの程度有効であるのかを数値実験により確認する必要がある．

参考文献

[1] Eagle, J.N. and Yee, J.R., An optimal branch-and-bound procedure for the constrained path moving target search problem, *Operations Research*, **38**(1990), 110–114.

[2] 宝崎・飯田, 探索経路が与えられた場合の移動目標探索問題, 日本ＯＲ学会1993年度秋季研究発表会アブストラクト集(1993), 92–93.

[3] Hohzaki, R. and Iida, K., An optimal search plan for a moving target when a search path is given, *Mathematica Japonica*, **41**(1995), 175–184.

[4] 宝崎・飯田・木山, 探索経路所与の移動目標探索問題に対する確率戦略, 日本ＯＲ学会1995年度秋季研究発表会アブストラクト集(1995), 48–49.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．