

最遠点ボロノイ図と等高線図

筑波大学社会工学系 大澤義明 OHSAWA Yoshiaki
J R九州 今井昭文 IMAI Akifumi

1. はじめに

施設配置モデルに関する研究は膨大である。反面、既存研究のほとんどは、最適点を1点だけ求めることに主眼を置いてきた。しかし、現実の施設計画を進める状況を考えると、最適点に施設を配置できることは極めて希である。なぜならば、土地利用規制、交通状況、用地買収の観点から、配置可能な地点は限られる。したがって、モデルを利用して施設計画を立案する際には、同じ目的関数値をもつ点の集合である等高線図を用いた分析が重要な役割を果たす。等高線図を用いる主な利点は次の二点である：1) 代替案との比較が視覚的に可能となる；2) 配置場所制約付きモデルを厳密ではないが近似的に解くことができる。さらに、Ohsawa and Imai(1997)が示したように、3) 目的関数値が最適点での目的関数値とさほど変わらない地点の量配置自由度を把握できる。

本研究では、ミニ・マックス施設配置モデルを考察の対象とし、九州地方6県の市町村位置データを用いて等高線図がどのような形状になるのかを分析するとともに、上述の3視点から議論を展開する。

2. 等高線

このモデルは、平面上に n 個の需要点集合 Q_1, \dots, Q_n が所与のとき、最も遠い需要点までの距離が最小となる地点を求める。数学的に次のように記述できる：

$$\text{最小化 } \phi(Q) = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} \|Q - Q_i\|$$

ただし、 Q_i は需要点の位置、 $\|\cdot\|$ は直線距離を表わす。この問題の最適点 Q^* は、センターと呼ばれ一意に定まる。センターにおける目的関数値 R^* は半径と呼ばれる。上記問題の解法として、Shamos and Hoey (1975) は最遠点ボロノイ図を用いる方法を示した。上記問題の大きな特徴は、連続空間で最適点を求める問題であるにもかかわらず、組合せ問題として解けることである。最遠点ボロノイ図を用いると、最適点であるセンターは次のどちらかである：1) 最遠点ボロノイ辺とそれを構成

する2需要点を結ぶ線分との交点；2) 最遠点ボロノイ点。

等高線図を描写する方法として、最遠点ボロノイ図を利用する方法がある：Ohsawa and Imai (1997) 参照。最初に、需要点集合 Q_1, \dots, Q_n に対し最遠点ボロノイ図を描く。最遠点ボロノイ多角形 V_i 上の点 Q にとって最も遠い需要点は点 Q_i であるから、地点 Q における目的関数値 $\phi(Q)$ は、 $\|Q - Q_i\|$ となる。このことから、最遠点ボロノイ多角形 V_i 上にあり値 r に対応する等高線は、点 Q_i を中心とする半径 r の円弧となる。このように、一本の等高線は円弧の集合から形成される。

図1に福岡県、長崎県、熊本県、大分県、宮崎県、鹿児島県の6等高線図を示す。離島地域を除外したため、対象とする市町村数はそれぞれ、111, 79, 94, 44, 58, 96である。ただし、市区町村役場凸包上に位置する市区町村については□で示し区別する。なお、最初の福岡県、長崎県、大分県ではセンターが2需要点の midpoint で決まり、残りの3県では3需要点の外心で決まる。図1に示されている各県の等高線図では、10本の等高線を描いている。各県の半径 R^* は異なるので、それぞれ、 R^* から $2.0R^*$ まで、 $0.1R^*$ の間隔で図示した。配置自由度 $f(r)$ は目的関数値が r 以下となる領域の面積、すなわち、 $f(r) = |\{Q | \phi(Q) \leq r\}|$ で定義される。したがって、例えば、 $f(1.1R^*)$ は目的関数値が $1.1R^*$ 以下の面積、すなわち、最も内側に位置する等高線の内部の面積に対応する。

参考文献

- [1] 大澤義明 (1992)：施設配置理論モデル（日本建築学会編，建築・都市計画のためのモデル分析の手法）。井上書院，東京，pp.136-149。
- [2] Ohsawa, Y. and A. Imai (1997)：Degree of Locational Freedom in a Single Facility Euclidean Minimax Location Problem, *Location Science*.
- [3] Shamos, M.I., and D. Hoey (1975)：Closest-Point Problems. Proceedings of the 16th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, pp.151-162.

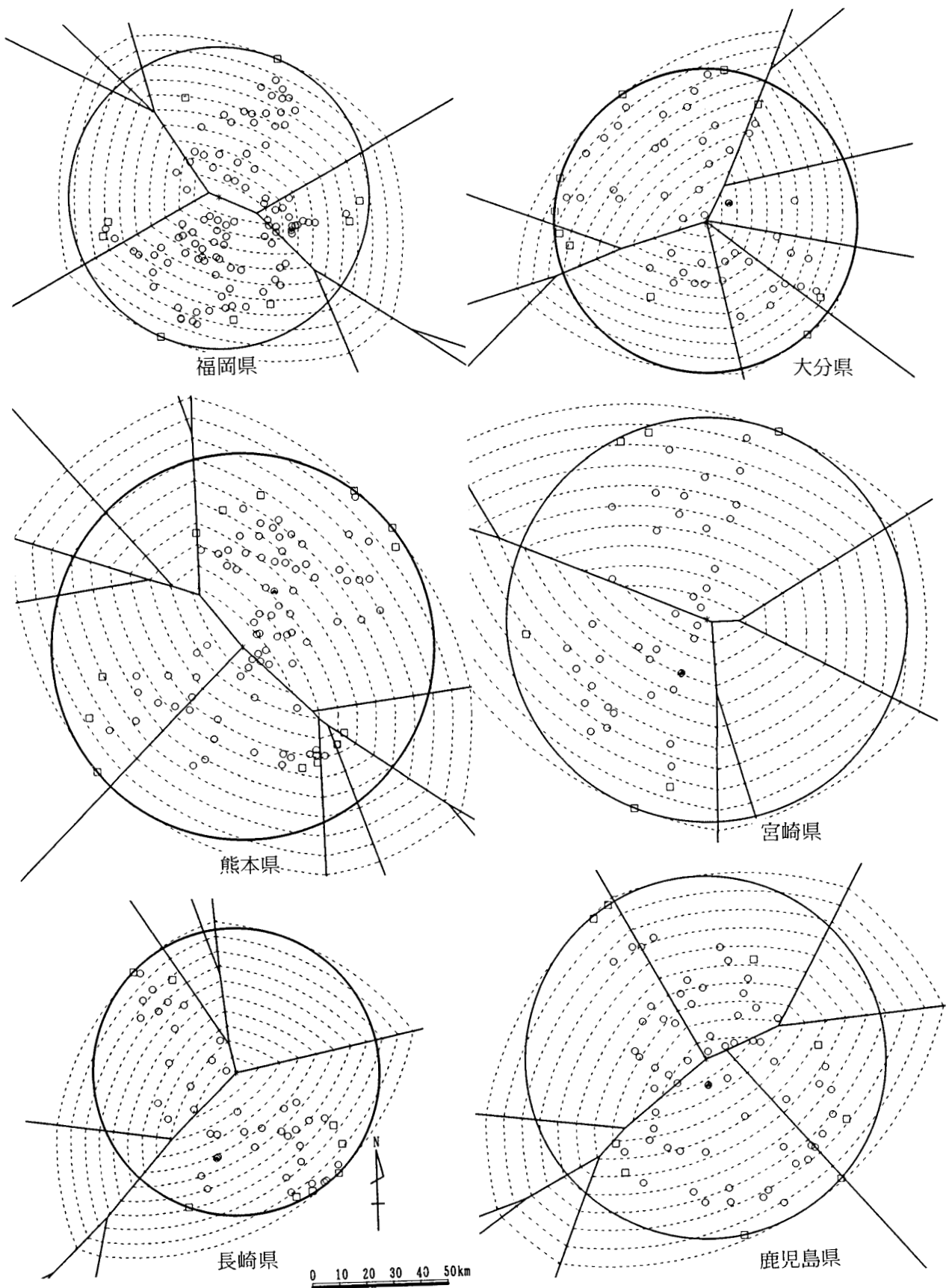


図1 九州6県の等高線図