

3人ゲームによる費用配分問題とその事例

01404983 富山商船高等専門学校 ※成瀬喜則 NARUSE Yoshinori  
01603713 金沢大学経済学部 前田 隆 MAEDA Takashi  
01105053 富山大学経済学部 菊田健作 KIKUTA Kensaku

1.はじめに

本稿では、3人のプレイヤーが図1のように建設コストをかけてネットワークを作る場合を考える。まずネットワークを代表する値として2変数を設定する。

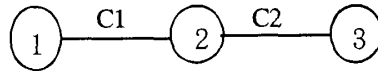


図1 リンクされた3つのネットワーク

このモデルにおいて、特性関数を求め、そのShapley値を計算すると次式になることがわかっている。

$$\begin{aligned} \phi_1(v') &= \frac{1}{6}v'(12) + \frac{1}{6}v'(13) + \frac{2}{6}(v'(123) - v'(23)) \\ \phi_2(v') &= \frac{1}{6}v'(12) + \frac{1}{6}v'(23) + \frac{2}{6}(v'(123) - v'(13)) \\ \phi_3(v') &= \frac{1}{6}v'(13) + \frac{1}{6}v'(23) + \frac{2}{6}(v'(123) - v'(12)) \end{aligned}$$

Shapley値は、協力ゲームにおいて、各プレイヤーがゲームに参加することによってどれだけの利得を得るかについての評価値である。また、Shapley値はゲームの配分の一つであり、個人合理性と全体合理性を満足している。

2.新幹線モデル

東京から北陸を経由して大阪に通じる新幹線工事が着工された場合、建設コストをどのように地方が負担するべきかについて考える。

図2に示すように、現状では、図2の上段に示すような時間がかかっている。ただし、富山・東京間は富山一長岡間を特急列車を利用(2時間)し、長岡一東京間を新幹線利用(1.5時間)をするとした。また、福井・東京間は福井一米原間を特急列車を利用(1時間)し、米原一東京間を新幹線利用(2.5時間)をするとした。

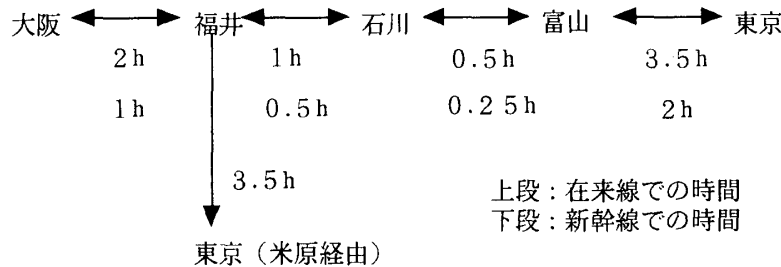


図2 主要駅間の所要時間

これらの区間が全て新幹線になった場合の区間時間を下段に示した。ここで、特急列車は平均時速110km/時で、新幹線は平均時速210 km/時としている。

この図からわかるように、新幹線を利用することによって、北陸から大阪、東京のどちらへ行く場合にも時間短縮が見込まれる。各県の住民がすべてこれらの時間短縮という恩恵を得ることができると考えると、

各区間で新幹線をひくことによる提携値を $v$ とし、特性関数を次のように定義する。

$$\begin{aligned} v'(1) &= v'(2) = v'(3) = 0 \\ v'(12) &= (82 \times 1.75 + 115 \times 3.25)k - c \\ v'(13) &= (82 \times 1.75 + 112 \times 3.25)k - c \\ v'(23) &= (115 \times 3.25 + 112 \times 3.25)k - c \\ v'(123) &= (82 \times 1.75 + 115 \times 3.25 + 112 \times 3.25)k - c \end{aligned}$$

ここで、1：福井県、2：石川県、3：富山県であらわし、各県の人口を福井県：82万人、石川県：115万人、富山県：112万人とし、時間短縮は大阪方面と東京方面の両方向の和で表した。また、単位の変換係数として、 $k$ を用いた。

さて、この特性関数からShapley値を計算すると

$$\begin{aligned} \phi_1(v') &= 218.63k - \frac{1}{3}c \\ \phi_2(v') &= 333.75k - \frac{1}{3}c \\ \phi_3(v') &= 328.88k - \frac{1}{3}c \end{aligned}$$

したがって、各県の負担金額を $M_1, M_2, M_3$ とすると、Shapley値はこのゲームに参加することによって得られる値であるから、

$$\begin{aligned} 82 \times 1.75k - M_1 &= 218.63k - \frac{1}{3}c \\ 115 \times 3.25k - M_2 &= 333.75k - \frac{1}{3}c \\ 112 \times 3.25k - M_3 &= 328.88k - \frac{1}{3}c \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{3}c - 75.13k \\ M_2 &= \frac{1}{3}c + 40k \\ M_3 &= \frac{1}{3}c + 35.13k \end{aligned}$$

変換係数 $k$ は、時間短縮をどれくらいの金額に評価するかに依存する値であり、この値によって負担額が大きく変化することがわかる。

### 3.最後に

本論では、新幹線問題を一つの事例としてあげ、費用配分問題へのShapley値の適用について考えた。

Shapley値が優加法的な関数の場合に配分に属すること、さらにゲームが凸であればコアに属することを利用してコスト配分について議論することができる。

これはあくまでもパラメータが少ない場合についての議論であり、ネットワークを代表するパラメータをさらに追加した場合についても検討しなければならない。

### 参考文献

- [1]成瀬喜則：ネットワークシステムにおけるコスト配分の最適化モデル,富山大学大学院修士論文,1996
- [2] Sharkey.W.W. : Suggestions for a game-theoretic approach to public utility and cost allocation.The Bell Journal of Economics,pp57-68
- [3]鈴木光男：新ゲーム理論,(1995),pp330-361,勁草書房.