

# 資源利用時間制約型複数プロジェクト計画法

01501824 神戸大学 藤井 進 FUJII Susumu  
01604524 神戸大学 森田 浩 MORITA Hiroshi  
神戸大院 \*金輪 拓也 KANAWA Takuya

## 1 はじめに

大規模なプロジェクトを円滑に遂行するための計画手法として、PERTやCPMが有効である。さらに実際的判例として、人員・資材・設備などの資源量の有限性を考慮したプロジェクト計画法が提案されている [1]。これらの研究のほとんどは、それぞれの作業は常に実施可能であると仮定している。しかし新規プロジェクトを計画する際、既に日程が確定しているプロジェクトが存在するとき、この確定済みのプロジェクトで利用される資源は利用できない。このため各作業は常に実施できるというだけでなく、実施可能な時間帯が制約されることになる。

この場合、利用可能な資源量および作業の遂行に必要な資源量が1単位であると仮定したときの時間制約付きプロジェクト計画法が提案されている [2]。本研究ではこれを拡張し、これらの量が任意の正整数値であるとする。これにより作業の実施は「資源量」と「時間」という2つの制約を受けることになり、この制約を資源利用時間制約と定義する。本稿ではまずこの資源利用時間制約型複数プロジェクト計画問題の定義を行い、総プロジェクト完了時間最小化問題に対して分枝限定法を用いた最適化手法について述べる。さらにヒューリスティックルールを用いた近似解法を提案し、その有用性について考察する。

## 2 対象問題の記述と最早開始時刻

### (1) 対象問題

対象問題は図1に示すように  $m$  個のプロジェクト  $P_i (1 \leq i \leq m)$  を同時に計画するものとする。各プロジェクトは先行関係を有するネットワークで構成され、 $P_i$  は  $n_i$  個の作業より成り、各作業  $a_{ij}$  は作業時間  $d_{ij}$  を要する。ただし、作業は時間的分割可能であり、資源量  $q_{ij}$  を必要とする。

また資源  $R_k (k = 1 \dots N, N$  は異なる資源数) の時刻  $t$  の利用可能量を  $\Gamma_k(t)$  と定義すると、 $R_k$  で資源量  $Q$  を要する作業の実施可能時間帯は次式で表しうる。

$$\Omega_k(Q) = \{t | \Gamma_k(t) \geq Q, t = 0, 1, \dots, \infty\} \quad (1)$$

なお本研究では離散時間単位で考える。以後この  $\Omega_k(Q)$  をタイムウィンドウと呼び、各作業は各自の

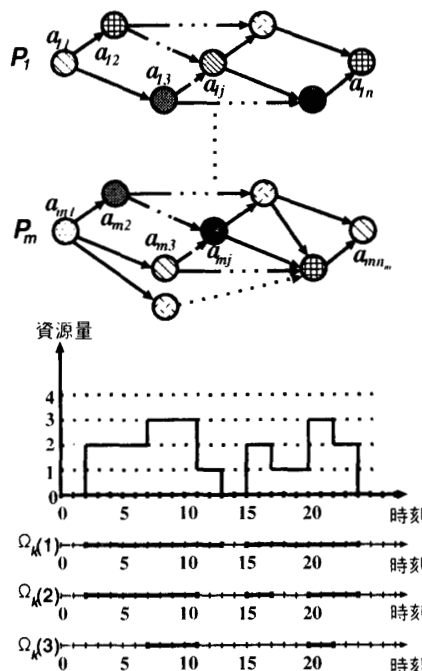


図1: 対象モデル

タイムウィンドウ内でのみ実施が可能であるものとする。以上の条件のもとで、総プロジェクト完了時間最小化  $\lambda_{max}$  を目的関数とする。

### (2) 最早開始時刻

作業  $a_{ij}$  (必要資源  $R_k$ ) を開始することができる時刻 (開始可能時刻) を  $TS_{ij}$  とすると、 $TS_{i1} = 0$  であるので作業  $a_{ij}$  の最早開始時刻  $ES_{ij}$ 、最早終了時刻  $EF_{ij}$  は次式で表すことができる。

$$ES_{ij} = \max\{TS_{ij}, \min \Omega_k(q_{ij})\} \quad (2)$$

$$EF_{ij} = \min(y; \parallel [ES_{ij}, y] \odot \Omega_k(q_{ij}) \parallel \geq d_{ij}) \quad (3)$$

ただし、 $\odot$  は集合の積演算を表す。作業  $a_{ij}$  に先行する作業を  $a_{is}$  とすると、 $TS_{ij}$  は次式で表される。

$$TS_{ij} = \max_s EF_{is} \quad (4)$$

目的関数が総プロジェクト完了時間最小化であるので作業をできるだけ左詰めに詰めるスケジューリングが最適である。つまり各作業は  $ES_{ij}$  で開始し  $EF_{ij}$  で終了させればよい。この時、作業  $a_{ij}$  の割り当てられた時刻を要素と持つ集合である作業実施時間帯集合  $W(a_{ij})$  は次式で表される。

$$W(a_{ij}) = \{[ES_{ij}, EF_{ij}] \odot \Omega_k(q_{ij})\} \quad (5)$$

### 3 分枝限定法を用いた最適化手法

ここでは対象問題に対して分枝限定法を用いた解法を提案する。探索手法として深さ優先探索を用いる。基本的な概念は以下の通りである。

1. 確定時点  $t = 0$  から、各プロジェクトにおいて開始可能となった作業から順に計画を開始して、資源の競合が発生した時点で分枝を行う。
2. 遅延作業集合を節点に対応させる。各節点にはその時点での割り当て状況を保持しておく。
3. 下界は現時点以降の計画を競合がないものとして得られた総プロジェクト完了時間とする。

競合が発生しなければその時点で割り当てられている作業は確定させる。このとき確定作業の残存作業時間を1だけ減ずる。そして確定時点を進める。最終的に全ての作業が確定すればスケジューリングが完了であり可能解が得られることになる。

競合が発生した時、競合時刻で遅延される作業の最小の組み合わせである遅延作業集合  $D_t$  を作成し、これに沿って作業を遅延させることによりその時点での競合を解消する。各節点には確定時点以前は確定した割り当て状況、確定時点以降は競合が発生しないものと仮定して得られた割り当て状況を保持するものとする。つまり各節点ごとに全作業の作業実施時間帯集合を更新し保持しておく。下界値はこれらの集合の要素の最大値と考えることができる。

### 4 近似解法

ここではヒューリスティックルールを用いた解法を提案する。これにより最適性は犠牲にするが、比較的短時間で大規模問題に対して近似解を得ることができる。手順としては3で述べた解法において競合発生時に遅延作業集合を作成せず、競合作業をヒューリスティックルールに従いソートし、その順に作業の実施を開始するものとする。

表 1: 各ルールと EFT ルールとの完了時刻の比

$m, n$	SPRT	SNR	GNR	LPR	LPE	LPS
3,10	0.990	1.056	0.983	0.998	0.998	0.998
3,30	1.009	1.003	0.979	0.970	0.967	0.967
3,50	1.010	1.049	1.011	0.976	0.975	0.977
5,10	1.001	1.043	1.005	0.995	0.997	0.989
5,30	1.009	1.048	1.026	0.967	0.966	0.967
5,50	1.005	1.037	1.011	0.933	0.929	0.930
7,10	1.015	1.090	0.995	0.967	0.964	0.971
7,30	1.011	1.069	1.021	0.936	0.932	0.934
7,50	1.037	1.136	1.043	0.984	0.981	0.979

#### (1) ヒューリスティックルール

ヒューリスティックルールは以下のものを用いる。

- 残存処理時間最小順 (SPRT) ルール
- 最早終了時刻最小順 (EFT) ルール
- 必要資源量最小順 (SNR) ルール
- 必要資源量最大順 (GNR) ルール

ここでは各プロジェクトの進行率を考慮したルールを提案する。現時点における各作業の残存作業時間を  $d'_{ij}$  とし、プロジェクト  $P_i$  の進行率  $PR_i$  を以下のように定義する。

$$PR_i = \frac{\sum_{j=0}^{n_i} (d_{ij} - d'_{ij})}{\sum_{j=0}^{n_i} d_{ij}} \quad (6)$$

このプロジェクト進行率  $PR_i$  の低いプロジェクトに属する作業から優先するルールを LPR ルールとする。さらにこの LPR ルールにおいて同一のプロジェクトの作業間で EFT ルールを適用するルールを LPE ルール、SPRT ルールを適用するルールを LPS ルールとする。

#### (2) 数値実験

ルールの有効性を検討するために数値実験を行った。対象問題はプロジェクト数を  $m = 3, 5, 7$  の3通り、一つのプロジェクトに含まれる(平均の)作業数を  $n = 10, 30, 50$  の3通りの合計9通りに設定した。さらに各組合せに対して25個のモデルを乱数を用いて作成し、各ヒューリスティックルールにしたがったプロジェクト完了時間の評価を行った。これより大規模問題に対して LPR ルールが有効であるといえる。

### 5 おわりに

本研究では、資源利用時間制約型複数プロジェクト計画問題を定義し、分枝限定法を用いた最適化手法およびヒューリスティックルールを用いた近似解法を提案した。さらに、スケジューリング状況に応じてより柔軟に競合作業の優先度が決定される解法などの検討が必要である。

### 参考文献

- [1] C.E.Bell and J. Han " A new heuristic solution method in resource constrained project scheduling ", Naval Research Logistics, Vol38, pp315-331, 1991
- [2] 藤井 進, 正岡良規, "有限資源の利用日程を考慮した複数プロジェクト計画法", OR 学会 1993 秋季研究発表会アブストラクト集, pp54-55.