1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

DEAにおけるKalman filterの利用

01001600 成蹊大学 上田 徹 UEDA Tohru
染谷 直孝 SOMEYA Naotaka

1.はじめに

電電公社や国鉄の民営化前後では大きく環境が変化した。このような場合には、民営化以前についてはデータ量は多いが、それらの表現する情報として汲み上げたいものはKalman filterを使えば大幅に圧縮できる。民営化の成果をなるべく早い時期にそれ以前と比較しようとすると民営化後のデータはあまりない。これらの点を踏まえて国鉄の民営化を評価する方法を提案する。

2.Kalman filterの利用

民営化後も十分な長さのデータがある場合には評価対象を直近の何年かに限定し（それぞれの年を別DMUと考え）、それ以前のデータをKalman filterを使って縮約する。[1]

時点tでのデータ$b(t)$は

$$b(t) = \text{トレンド成分}\,T(t) + \text{民営化効果}\,L(t, D_0) + \text{不規則成分}\,W(t)$$

と表現できるものとする。トレンド成分$T(t)$は

$$\nabla^2 = \{T(t) - T(t-1)\} - \{T(t-1) - T(t-2)\} = u(t) \sim N(0, \tau^2)$$

とし、時点D_0に民営化が行われたものとする。このとき、状態方程式は

$$\mathrm{a}(t+1) = F\mathrm{a}(t) + u(t)G$$

$$\mathrm{a}(t) = (T(t), T(t-1), L(t, D_0))^t \text{ : 状態}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

で与えられ、観測方程式は

$$b(t) = H(t)^t \mathrm{a}(t) + w(t)$$

$$w(t) \sim N(0, \omega^2)$$

$$H(t)^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta(t, D_0) \end{bmatrix}$$

$$\delta(t, D_0) = 0 : t < D_0$$
$$= 1 : t \geq D_0$$

で与えられる。ω^2は規格化して1とすることができ、未知パラメタはτ^2だけなので対数尤度

$$l(\tau^2) = \sum_t (-1/2)\log\{2\pi R(t\,|\,t-1)\} - \sum_t \{b(t) - b(t\,|\,t-1)\}^2 / \{2R(t\,|\,t-1)\}$$

を最大にするように決めればよい。ただし、

$$R(t\,|\,t-1) = H(t)^t P(t\,|\,t-1) H(n) + \omega^2$$

である。誤差分散および初期値$\mathrm{x}(0)$はKalman filterを逆向きに使うことによって求める。

順方向のKalman filterは以下の通りである。

《時間更新》

$$\mathrm{a}(t\,|\,t-1) = F\mathrm{a}(t-1\,|\,t-1)$$

$$P(t\,|\,t-1) = FP(t-1\,|\,t-1)F^t + \tau^2 GG^t$$

《観測値による修正》

$$\mathrm{a}(t\,|\,t) = \mathrm{a}(t\,|\,t-1) + K_t\{b(t) - H(t)^t \mathrm{a}(t\,|\,t-1)\}$$

$$P(t\,|\,t) = P(t\,|\,t-1) - K_t H(t)^t P(t\,|\,t-1)$$

$$K_t = P(t\,|\,t-1)H(t)/R(t\,|\,t-1)$$

時点tが欠測値の場合には時間更新phaseで

$$\mathrm{a}(t+1\,|\,t-1) = F^2 \mathrm{a}(t-1\,|\,t-1)$$

$$P(t+1\,|\,t-1) = F^2 P(t-1\,|\,t-1)(F^t)^2 + \tau^2 GG^t + \tau^2 FGG^t F^t$$

とする。

しかし、国鉄の場合のように民営化と欠測値とが重なっている場合には民営化の影響を吸収するまでに時間がかかり、特に欠測値を考慮すると2時点先の予測をするため更に時間がかかる。このような場合にはむしろその年がなかったものとした方がよい。ここでは民営化後の期間が短いので民営化以前のデータだけを縮約することにする。すなわち、縮約値として平均$b(D_0 - 1\,|\,D_0 - 2)$、分散$R(D_0 - 1\,|\,D_0 - 2)$を持つ正規確率変数$b(D_0 - 1)$を用いる。

3.縮約値を用いるDEAモデル

民営化後の各年次データがDMU1,2,...,n-1を構成し、民営化前の縮約された入力値$X_i\ (i = 1, 2, \ldots, m)$、出力値$Y_r\ (r = 1, 2, \ldots, s)$でDMU$n$を構成することに

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

する。DMUJ (=1,2,...,n-1) の効率性をDMUnも含めてCCRモデルにより評価する。

$$\max \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rJ} \qquad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{iJ} = 1 \qquad (2)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \le \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \quad (j = 1, 2, \ldots, n-1) \qquad (3)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r Y_r \le \sum_{i=1}^{m} v_i X_i \qquad (4)$$

通常のCCRモデルとの相違は式(4)における制約が確率変数を含むことである。これへの対処案としては

（1）X_i、Y_rをそれらの平均$x_i(D_0-1|D_0-2)$、$y_r(D_0-1|D_0-2)$で置き換える。

（2）X_i、Y_rの代りに、X_iのα%値、Y_rの(100-α)%値を使って緩い制約（α>50）あるいは厳しい制約（α<50）を使う。

4.検討結果

文献[2]のデータに基づき、国鉄・JRの効率性の検討を行った。1987年以降の各年次データは各々DMUを構成し、1965年～1985年のデータから予測された1986年のデータはDMU A, B, Cを構成するものとする。ただし、DMU Aは平均値を用い、DMU Bは入力値として（平均－標準偏差σ）、出力値として（平均＋σ）をとったものであり、DMU Cは入力値として（平均－2σ）、出力値として（平均＋2σ）をとったものである。

入力項目として人件費、人件費以外の経費の２項目、入力項目として営業収入を採り、Kalman filter により予測値を求めた。

表１に1986年の予測値の平均$b(1986|1985)$とその標準偏差$R(1986|1985)$を示す。入力／出力を図１に示す。これからは民営化が効率に大きく寄与したといえる。

なお、全データを用いた場合の民営化後の人件費の予測値を表２に示す。ただし、１９８６年のデータに関して「０考慮」はを欠測値として扱った場合であり、「０無視」は無かったものとした場合である。これから分かるように、データの不連続性があるときに２期先の予測値を入れると大きく予測が外れてしまうのでむしろ入れない方がよい。

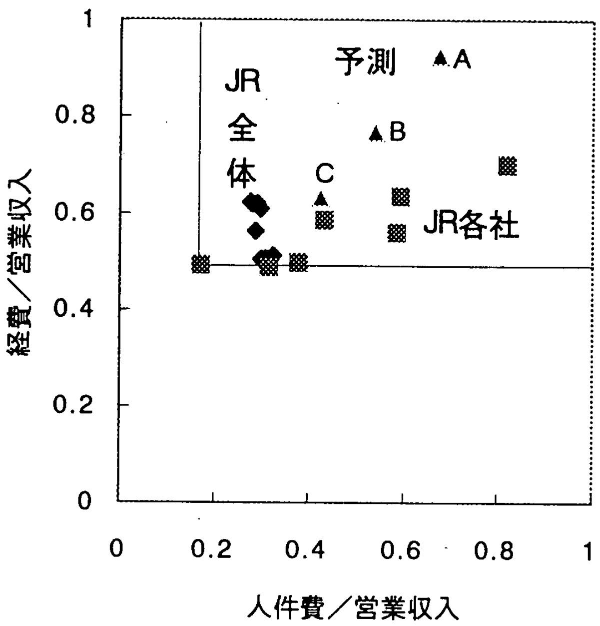

図１　入力／出力

[1] 上田：「予測手法(1)：時系列予測法」オペレーションズ・リサーチ、1994年6月号

[2]末吉ほか：「国鉄の分割・民営化とその企業効率変化：DEA時系列分析による実証研究」JORSJ, 40, 2 (1997)

表１　1986年の予測値

	平均	標準偏差
人件費	2510	323
経費	3435	332
収入	3716	336

表２　人件費の予測値

年	実績	0考慮	0無視
1987	1031	3984	1250
1988	1050	-450	1090
1989	1169	1069	1069
1990	1175	1288	1288

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．