1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

死滅過程の一拡張とその応用：ソフトウェア信頼性評価とテスト進捗度評価

02101865　鳥取大学　*木村光宏　KIMURA Mitsuhiro
01702425　鳥取大学　山田茂　YAMADA Shigeru

1 はじめに

従来から多くの不確定事象に対して適用されてきた死滅過程 (death process[1]) を記述する推移確率の状態依存性について拡張したモデルを定式化し，Shanthikumar の二項信頼性モデルや死滅過程モデルがその特別な場合となることを示す．また，その応用として，ソフトウェア開発のテスト工程における信頼性評価やテスト項目の消化過程への適用について考察する．

2 基本モデル

人口 $K(K \geq 1)$ を初期状態とし，以下のような推移確率と仮定に基づいて推移する死滅過程 $\{X(t), t \geq 0\}$ を考える．

- $\Pr[X(t+\Delta t) = x-1 \mid X(t) = x] = (x\alpha + 1 - \alpha)\phi(t)\Delta t + o(\Delta t)$
- $\Pr[X(t) - X(t+\Delta t) \geq 2] = o(\Delta t)$
- $\Pr[X(0) = K] = 1$
- $\{X(t), t \geq 0\}$ は独立増分をもつ

ここで，α $(0 \leq \alpha \leq 1)$ は推移確率の状態依存性に影響を与える定数パラメータであり，$\alpha = 0$ のとき推移確率は状態には依存しないことを表し，$\alpha = 1$ のときは残存する人口 x に依存することを示す．また，$\phi(t)$ は推移率を与える正値関数であるとする．

このとき，時刻 t において死亡数が n である確率 $\Pr[X(t) = K - n] = P_n(t|\alpha)$ は

$$P_n(t|\alpha) = \frac{\prod_{i=0}^{n-1}((K-i)\alpha + 1 - \alpha)}{n!} \times [e^{-\alpha G(t)}]^{K-n-1}[\frac{1-e^{-\alpha G(t)}}{\alpha}]^n e^{-G(t)} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots, K-1), \tag{1}$$

$$P_K(t|\alpha) = 1 - \sum_{n=0}^{K-1} P_n(t|\alpha), \tag{2}$$

となる．ここで，

$$G(t) = \int_0^t \phi(x)dx, \tag{3}$$

である．また，$\prod_{i=0}^{-1}((K-i)\alpha + 1 - \alpha) = 1$ と定義する．

$P_n(t|\alpha)$ において $\alpha \to 0$ とすると，

$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{1 - e^{-\alpha G(t)}}{\alpha} = G(t), \tag{4}$$

より，式 (1) および式 (2) はそれぞれ，

$$P_n(t|0) = \frac{G(t)^n}{n!} e^{-G(t)} \quad (0 \leq n \leq K-1), \tag{5}$$

$$P_K(t|0) = \sum_{i=K}^{\infty} \frac{G(t)^i}{i!} e^{-G(t)}, \tag{6}$$

となる．また，$\alpha \to 1$ のとき，

$$P_n(t|1) = \binom{K}{n} e^{-G(t)(K-n)}(1 - e^{-G(t)})^n \quad (n = 0, 1, \ldots, K), \tag{7}$$

となり，これは Shanthikumar による 2 項信頼性モデルとなる [2, 3]．

また，時刻 t における平均死亡数 $\mathbb{E}[X(t)]$ は，$\alpha \neq 0$ のとき

$$\frac{\prod_{i=0}^{n-1}((K-i)\alpha + 1 - a)}{\alpha^n} = \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + K)}{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + K - n)}, \tag{8}$$

となることから，

$$\mathbb{E}[X(t)] = e^{-G(t)} \sum_{n=1}^{K} \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + K)}{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + K - n)(n-1)!} \times [e^{-\alpha G(t)}]^{K-n-1}[1 - e^{-\alpha G(t)}]^n, \tag{9}$$

と表され，$\alpha = 1$ のとき，

$$\mathbb{E}[X(t)]_{\alpha=1} = K(1 - e^{-G(t)}), \tag{10}$$

となる．また，$\alpha = 0$ の場合は式 (5) および式 (6) より，

$$\mathbb{E}[X(t)]_{\alpha=0} = K[1 - A(K, G(t))] + G(t)A(K-1, G(t)), \tag{11}$$

となる．ここで，$A(K, G(t))$ は不完全ガンマ関数比を表し，

$$A(K, G(t)) = \Gamma(K, G(t))/\Gamma(K, 0), \tag{12}$$

$$\Gamma(a, b) = \int_b^{\infty} e^{-x} x^{a-1} dx, \tag{13}$$

である [4]．

3 数値例

ここでは，モデルに含まれるパラメータの値を与えることにより数値例を示す．

推移率 $\phi(t)$ の関数形として，

$$\phi_1(t) = \lambda \quad (\lambda = 1)\,,$$
$$\phi_2(t) = \frac{\lambda t}{2} \quad (\lambda = 1)\,,$$

の 2 種類を仮定する．また，$K = 10$ とし，状態依存性に影響するパラメータ α を，$\alpha = 0,\ 0.5,\ 1.0$ とした場合の $P_n(t|\alpha)$ を図 1 から図 3 にそれぞれ示す．

4 ソフトウェアテスト進捗度評価への応用

ここでは，ソフトウェアテスト進捗度評価についてのみ簡単に述べておく．ソフトウェアの開発工程の最終段階において行われるテスト工程では，そこまでの工程において作り込まれたソフトウェアフォールト（プログラム論理に関する欠陥）を，あらかじめ準備されたテスト項目に従って作成されたテスト用入力（テストケースと呼ばれる）をソフトウェアプログラムに対して入力することにより発見・修正し，欠陥が摘出されなくなればそのテスト項目については合格とされ，つぎのテスト項目について吟味するという一連の作業がなされる．このとき，テスト工程管理者のもつ一つの興味として，テスト工程の進捗度の見積りがある．通常，1 つのテスト項目の吟味が開始された後，いつ合格となるかは確率的であるため，テスト時間に対して残存しているテスト項目数の振舞いはいくつかの仮定の下で，確率過程を用いて記述することができる．したがって，前節までに述べた死滅過程のモデルをテスト工程におけるテスト項目の消化過程に適用することができる．すなわち，Kはあらかじめ準備されたテスト項目数であるとし，推移率 $\phi(t)$ はテスト工程におけるテスト項目の消化され易さを表すパラメータと意味づけられる．文献 [4] では，テスト工程において，1 個のテスト項目を完了する確率はテスト時間の経過とともに増加し，テスト時間との間に対数線形性の関係があることを用いて，$\phi(t)$ を

$$\phi(t) = \lambda m t^{m-1}\,, \qquad (14)$$

と仮定している．紙面の都合により，この応用等に関しては当日発表させて頂くこととし，ここでは割愛する．

参考文献

[1] S. M. Ross, Stochastic Processes, Second Edition, John Wiley & Sons, New York (1996).

[2] J. G. Shanthikumar, "A general software reliability model for performance prediction", Microelectronics and Reliability, Vol. 21, No.5, pp. 671–682 (1981).

[3] 山田茂, 大寺浩志, ソフトウェアの信頼性～理論と実践的応用～, ソフト・リサーチ・センター, 東京 (1990).

[4] 木村光宏, 山田茂, 「テスト項目の消化過程に基づくソフトウェアテスト進ちょく度評価モデルに関する考察」, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J79-D-I, No. 12, pp. 1211–1217 (1996).

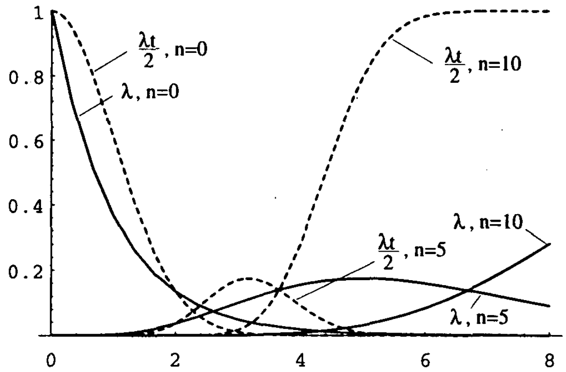

図 1　$P_n(t|0)$ の振舞い ($K = 10$).

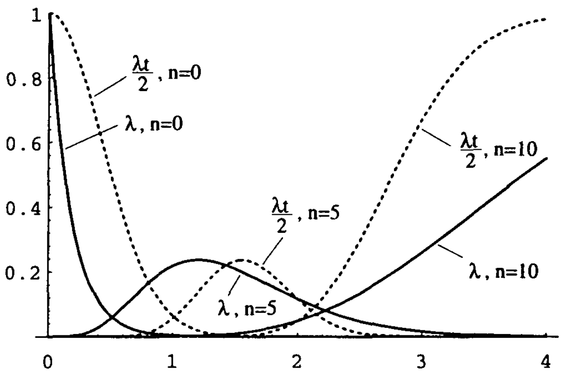

図 2　$P_n(t|0.5)$ の振舞い ($K = 10$).

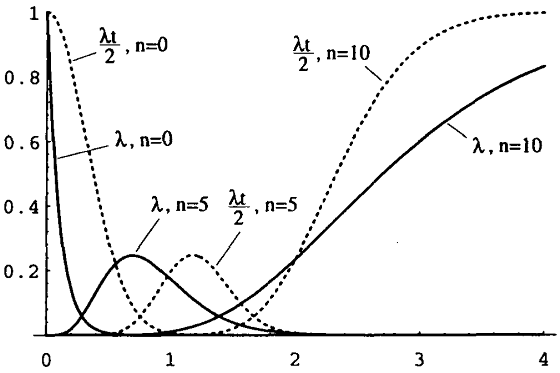

図 3　$P_n(t|1)$ の振舞い ($K = 10$).