2－B－7

1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ファジイ最小自乗予測法について（11）

01002150　　　　　　　　　　小田中　敏男　ODANAKA Toshio
01501330　（株）SRA　　　　古屋　丈夫　　FURUYA　Takeo
01200503　愛知大学　　　　　相良　信子　　SAGARA　Nobuko

1.　緒言

本研究はファジイ最小自乗予測法の数値解法にL.A.Zadeh 等の拡張された予測理論が適用可能と思はれ、この理論の数値解法を示さんとするものである。

ウィナーによって行われた予測理論では与えられた信号と雑音とはそれぞれ定常確率過程であると仮定し、t時刻よりα時間のちの信号波の値を予測するという問題を取り扱っている。この定常確率過程であるという仮定は、多くの問題にとって満足されると考えられ、またこの仮定によって予測の理論は非常に透明なものとなった。

しかし実際問題として、この仮定が満足されぬことがある。一般に雑音は定常確率過程と考えられるが、信号波は定常確率過程と考えることは必ずしも適当でない。すなわちＳ（ｔ）は非定常確率過程と考えなければならない。

L.A.Zadeh とR.Ragazzini は信号波が時間の多項式として表される部分と定常確率過程として表される部分との和である場合の理論を展開した。これはウィナーの理論の拡張となっている。[1)]

まずこのウィナーの予測理論の拡張を導入し、次にこの離散形を示し、この離散形の数値的方法に対するＤＰの関数方程式とそのアルゴリズムを示す。

2.　ＤＰとラグランジュ乗数

われわれがなすことはダイナミックプログラミングの関数方程式と古典的なラグランジュ乗数とを結合させることである。

いま次の通りに置こう。

(1)
$$
\begin{aligned}
&G_M(A_0, A_1, \cdots, A_M) \\
&=[\,2\sum_{n=0}^{M} A_n \psi_{n+s} - \sum_{n=0}^{M}\sum_{m=0}^{M} A_n A_m(\psi_{n-m}+\varphi_{n-m}) \\
&\quad +2\lambda_0\sum_{n=0}^{M} A_n + 2\lambda_1\sum_{n=0}^{M} nA_n + \cdots + 2\lambda_N\sum_{n=0}^{M} n^N A_n\,] \\
&=2\sum_{n=0}^{M} A_n(\psi_{n+s}+\lambda_0+\lambda_1 n+\cdots+\lambda_N n^N) - \sum_{n=0}^{M}\sum_{m=0}^{M} A_n A_m \gamma_{n-m}.
\end{aligned}
$$

ここに$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \ldots$ はラグランジュ乗数である。Ｍ(t)，Ｎ(t) の自己相関関数をR_M, R_N とする。

(2)
$$
\psi_k=\frac{R_M(k)}{R_M(0)},\quad \varphi_k=\frac{R_N(k)}{R_M(0)},\quad \gamma_k=\frac{R_M(k)+R_N(k)}{R_M(0)}
$$

もしM=0 であれば、

(3)　$G_0=2A_0(\psi_s+\lambda_0)-A_0^2\gamma_0$

を最大化する簡単な問題となる。問題はG_M とG_{M-1} とを結ぶ再起関係を得ることである。G_M を最

大化することと関連して、もしA_Mが得られれば、$A_0, A_1, \ldots, A_{M-1}$上で同様な型の関数を最大化することが残されている。

正確には

(4) $$\psi=\begin{pmatrix}\psi_0\\ \vdots\\ \psi_M\end{pmatrix},\quad \gamma^{(M)}=\begin{pmatrix}\gamma_M\\ \vdots\\ \gamma_0\end{pmatrix},\quad \bar{\psi}=\begin{pmatrix}\psi_s\\ \vdots\\ \psi_{M+s}\end{pmatrix}$$

と置けば、選択A_Mは$\bar{\psi}$を$\bar{\psi}-A_M\gamma^{(M)}$に変換する。

ゆえに、もしn=0, 1, .., Mとすべてのψに関して定義された関数

(5) $$f_n(\bar{\psi})=\max_{(A)} G_n(A)$$

を定義すれば、再帰関係がM≧2 に対し

(6) $$f_M(\bar{\psi})=\max_{A_M}[2(\psi_{M+s}+(\lambda, M)A_M-\gamma_0 A_M^2+f_{M-1}(\bar{\psi}-A_M\gamma^{(M)})]$$

となる。ここに

(7) $$(\lambda, M)=\lambda_0+\lambda_1 M+\cdots\cdots+\lambda_N M^N,\ f_0(\bar{\psi})=\max_{A_0}[G_0].$$

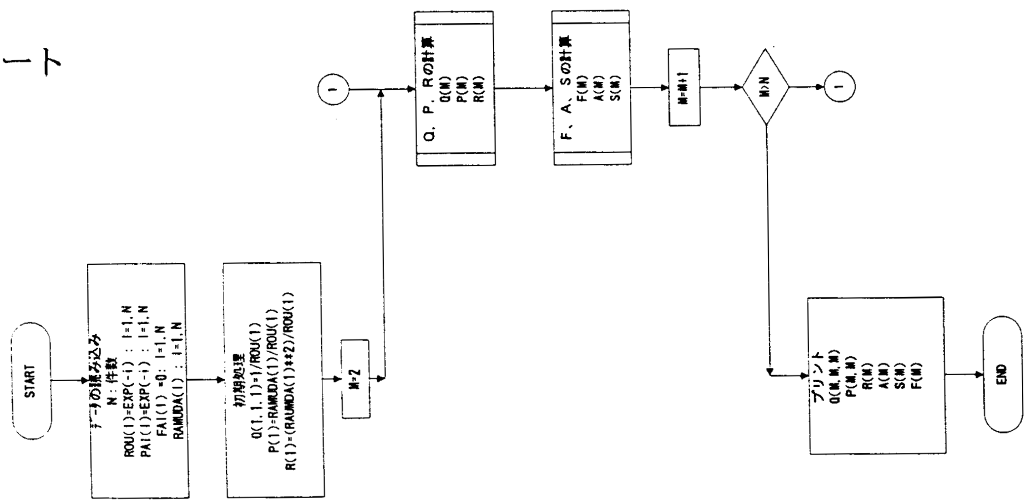
この関係は最適性の原理の適用である。

もしψの次元が小であれば、$\{f_n(\bar{\psi})\}$の数値を得るために直接的に（14、31）を用うることができる。しかしMが大であれば、$f_M(\bar{\psi})$の簡単な解析的構造の利点を用うることは本質的である。$f_M(\bar{\psi})$は各Mに対して

(8) $$f_M(\psi)=(\psi, Q_M\psi)+2(P_M, \psi)+R_M$$

の形の$\bar{\psi}$の２次形であることを仮定する。ここにQ_Mは$\bar{\psi}$に独立なマトリックスで、R_Mは$\bar{\psi}$に独立なスカラーである。

3.　フローチャート



参考文献

1) L.A.Zadeh and J.R.Ragazzini: "An Extension of Wiener's Theory of Prediction," *J.of Applied Physics*, Vol. 21, July (1950).

2) T.Odanaka: *Dynamic Management Decision and Stochastic Control Processes*(World Scientific, 1990).