

# 起終点密度分布を考慮した都市内流動量分布について

02004370 筑波大学 社会工学研究科 大津 晶 OHTSU Shou  
01102840 筑波大学 社会工学系 巖塚武志 KOSHIZUKA Takeshi

## 1 はじめに

筆者は文献 [1] において、円形の閉じた平面上に一樣に起終点が分布すると仮定したモデルにおける任意の地点の流動量を厳密に定式化した。さらに文献 [2] において、この流動量分布を表す厳密式の程度の良い近似式を導出し、これを用いた理論的な都市内交通量の分析手法を提案した。これらではいくつかの理論的な知見が得られたものの、より実際の都市分析への応用を前提としたときに、モデルの条件があまりにも非現実的であるという問題点が残った。そこで本稿では、より一般的な条件での流動量分布について議論する。

## 2 直線上の流動量

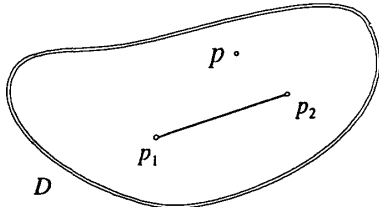


図1 2次元の都市

図1のような閉じた2次元の領域に含まれる地点  $p$  における起終点密度を  $\rho(p)$  とし、2地点  $p_1, p_2$  間で発生する流動を  $\mu(p_1, p_2)$  と表すことにする。現実の  $\mu(p_1, p_2)$  については、PT 調査や OD 調査などの結果等から経験的に両地点の人口の積と地点間の距離を用いて、ある程度説明できることがわかっている。

2地点間の移動を  $\overline{p_1 p_2}$  と表せば、領域内の地点  $P$  を通過する流動量  $f(P)$  は、

$$f(P) = \int_{p_1 p_2 \cap P \neq \emptyset} \rho(p_1) \rho(p_2) \cdot \mu(p_1, p_2) dp_1 dp_2 \quad (1)$$

と書ける。領域内で直線移動が実現されているとすると、領域全体で一樣な直線の集合  $G$  を用いて、ある条件を満たす流動量を求めることができる (文献 [3])。

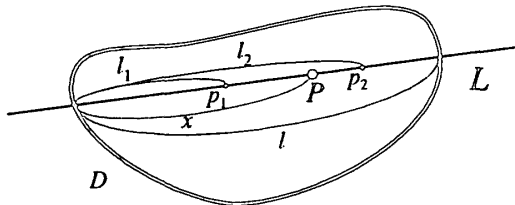


図2 直線 L 上の流動量

いま図2のように領域  $D$  を横断する直線  $L$  を考える。直線  $L$  が領域によって切り取られる部分の長さを  $l$  とし、一方の交点からの距離  $x$  を用いて地点  $P$  を定めると、地点  $P$  における  $L$  上の流動量  $f(P)$  はつぎのように書くことができる。

$l_1 < l_2$  のとき、

$$f(P) = \int_{0 < l_1 < x, x < l_2 < l} \rho(p_1) \rho(p_2) \cdot \mu(p_1, p_2) \cdot (l_2 - l_1) dl_1 dl_2. \quad (2)$$

$l_2 < l_1$  のときは、式 (2) で  $l_1$  と  $l_2$  をとりかえて全く同じ量になるのは明らかである。

## 3 領域内の流動量分布

$f(P)$  は、一樣な直線の集合  $G$  から取り出した1本の直線上の流動量であったから、地点  $P$  を通過するすべての直線について同様に流動量を計算すれば、地点  $P$  を通過する総流動量  $F(P)$  は、次のように疊ける。

$$F(P) = \int_{P \cap G \neq \emptyset} f(P) dG. \quad (3)$$

しかし上のよう定義した流動量を実際に計算するためには、いくつかの仮定を加えなければならない。例えば起終点密度が領域内で一樣であり、かつ4次元の密度  $\mu(p_1, p_2)$  もペアによらず一定であるとき、すなわち、

$$\rho(p) = C_1, \mu(p_1, p_2) = C_2 \quad (C_1, C_2 : \text{定数})$$

のとき、流動量  $f(P)$  は、

$$\begin{aligned} f(P) &= 2C_1^2 C_2 \int_0^x \int_x^l (l_2 - l_1) dl_2 dl_1 \\ &= 2C \cdot lx(l-x) \quad (C = C_1^2 C_2) \end{aligned} \quad (4)$$

と計算できる。 $l, x$  は  $L$  に依存する量であるが、特に図3のように領域が半径  $R$  の円の場合、中心から  $P$  までの距離を  $h$ 、半径と  $L$  が成す角度を  $\theta$  として、

$$F(P) = 4C \int_0^{\frac{\pi}{2}} lx(l-x) d\theta$$

となるが、やはり領域が円の場合に限り、

$$x(l-x) = R^2 - h^2 \quad (5)$$

が成り立ち  $\theta$  に依存しない量になるので、結局、

$$F(P) = 8C(R^2 - h^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2 - h^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

$$= 8CR(R^2 - h^2) E\left(\frac{h}{R}\right) \quad (6)$$

となり、中心からの距離と流動量の関係は図4のようになる。ただし式(6)のEは第2種完全楕円積分を表す。

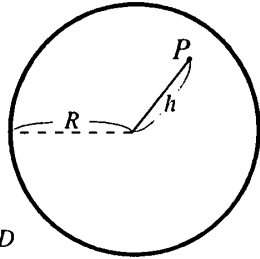


図3 領域が円の場合

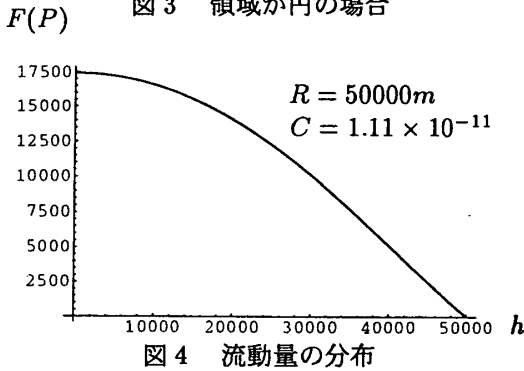


図4 流動量の分布

この結果は文献[2]において全く違う計算方法でも求められている。導出過程にやや煩雑な計算を伴うので詳細は文献[2]を参照されたい。さらにこの中では式(6)の楕円積分に冪級数展開を施すことで程度の良い近似式も導出している。

#### 4 起終点の密度が一様でない場合

さて、本稿の目的は領域内の起終点の分布が一様でないときの式(3)で定義された流動量分布を求めることであった。結論を先に述べると次に計算例として示す、起終点が中心から線形に減少するような単純な場合についてさえ解析的な流動量分布を導出することはできなかった。

先ほど同様、都市が半径Rの円で与えられたとする。起終点密度が中心からの距離xに対して、

$$\rho(x) = -\frac{A}{R}x + A$$

のように分布しているとすると、中心からhだけ離れた地点Pを通過する直線について、

$$f(p) = 2C_2 \int_{-\sqrt{R^2 - h^2 \sin^2 \theta}}^{h \cos \theta} \int_{h \cos \theta}^{\sqrt{R^2 - h^2 \sin^2 \theta}} \rho(\sqrt{l_1^2 + h^2 \sin^2 \theta}) \cdot \rho(\sqrt{l_2^2 + h^2 \sin^2 \theta}) \cdot (l_2 - l_1) dl_2 dl_1 \quad (7)$$

のような流動量が計算される。よって地点Pの総流動量は次のようになる。

$$F(P) = 4C_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(P) d\theta \quad (8)$$

式(7)のf(P)は明示的に積分可能だが、これを示すためには与えられた紙面の全てをもってしても足りないほどの分量になるので省略する。式(8)を数値計算し現実的な値を代入した結果を示しておく。

都市の半径R = 50000(m)、地点間の移動(交通)生起確率C<sub>2</sub> = 0.000001、また中心の起終点密度をA = 0.01, A = 0.02(人/m<sup>2</sup>)の2通りについて中心からの距離と流動量の関係を図5に示す。図から領域全体で起終点密度が2倍になったとき中心部の流動量(混雑)が4倍弱になることが読みとれる。

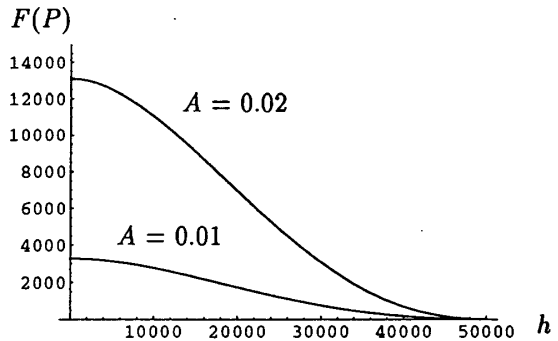


図5 流動量の計算結果

今後の課題として、式(2)のρ(p)およびμ(p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>)の条件を変えながら流動量分布を調べ、より現実的な流動量モデルを作りたいと考えている。一概に起終点の分布が単純であるほど解きやすいということではできないが、式(6)の簡潔さは非常に限られた条件の下における結果であることがわかる。式(5)の結果も含めて、円という図形がもつ別の種類の美しさを改めて感じさせられる。

また実際的な文脈において、現実の交通量等のデータから式(2),(3)のμ(p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>)について何らかの接近ができたならば、交通計画の分野で大きなコストを投じてを行っているOD調査に対して大きな理論的知見を与えることが可能になると考えている。さらにこのような逆問題的な発想で都市活動の本質的な構造を明らかにしたいと考えている。

#### 参考文献

- [1] 大津 晶, 腰塚武志(1997):都市内流動量分布の数理的分析. 日本オペレーションズ・リサーチ学会春期研究発表会アブストラクト集, pp.18-19.
- [2] 大津 晶, 腰塚武志(1997):都市域の交通流集中に関する数理的分析. 日本都市計画学会学術研究論文集第32号, 日本都市計画学会, pp.133-138.
- [3] 腰塚武志(1992):都市域の流動に関する理論的考察. 日本都市計画学会学術研究論文集第27号, 日本都市計画学会, pp.343-348.