1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

効果的な十字型交通網の形態について

02003690　筑波大学　社会工学研究科　*有井良仁　ARII Yoshihito
01102840　筑波大学　社会工学系　腰塚武志　KOSHIZUKA Takeshi

1.はじめに

札幌や京都のような地方の中心都市では，都心部にオフィスや商店が集中しており，周辺部では都心へ通勤する人々の居住地が広がっている．都心に移動するために自動車やバスでの移動だけでは供給が足りないために，さまざまな交通システムが都心から周辺に延びている．このような理由もあって地方中心都市において，地下鉄，路面電車，鉄道等を十字型に設置しているところがみられる．本研究では，このような十字型の路線において，一定の長さという制約のもとで，効果の高い十字型の形態とはどのようなものかに着目する．

また，鉄道等の建設を行ううえで，最終的な鉄道の総延長(規模)の見当がついている場合とそうでない場合の最終的な路線の形が異なり，建設終了後の効果も違ってくることを単純なモデルを用いて示す．

2.定式化

横の長さが a で縦の長さが b の対象地域を考え，図1のように対象地域の中心を都心とする．横の路線の長さを p，縦の路線の長さを q，路線の総延長を $l=p+q$ として，路線上では速度 v，それ以外の場所では速度1で都心に移動していくものとする．また，移動するときは，rectilinear 距離で最短移動時間となる経路を移動し，移動密度は一定とする．そして，都心へ移動するために路線を利用することでどれだけ移動時間が減少するかということを効果 B として考え，この都心への移動時間短縮効果 B を最大にするように，路線を建設する場合を考える．ここで，効果は，

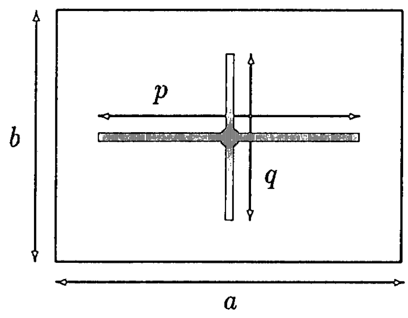

図 1: 十字型交通網

$p \geq q$ のとき，

$$
\begin{aligned}
B &= (1-\frac{1}{v})(-\frac{1}{6}q^3-\frac{1}{4}bp^2+\frac{1}{4}bq^2+\frac{1}{2}abp) \\
&= (1-\frac{1}{v})\{\frac{1}{6}p^3-\frac{1}{2}lp^2 \\
&\quad +\frac{1}{2}(l^2-bl+ab)p-\frac{1}{6}l^3+\frac{1}{4}bl^2\}. \qquad (1)
\end{aligned}
$$

$p \leq q$ のとき，

$$
\begin{aligned}
B &= (1-\frac{1}{v})(-\frac{1}{6}p^3-\frac{1}{4}aq^2+\frac{1}{4}ap^2+\frac{1}{2}abq) \\
&= (1-\frac{1}{v})\{-\frac{1}{6}p^3 \\
&\quad +\frac{1}{2}a(l-b)p+\frac{1}{2}abl-\frac{1}{4}al^2\} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

となる．また，制約条件は，

$$0 \leq b \leq a, 0 \leq p \leq a, 0 \leq q \leq b, l=p+q$$

である．効果を最大化する路線の形を求めるとき，速度 v は影響を及ぼさないので $v=\infty$ として最適解を求める．このとき，常に $p \geq q$ の場合であり，

$0 \leq l \leq a$ のとき，

$$p=l, q=0, \qquad (3)$$

$$B=\frac{1}{2}abl-\frac{1}{4}bl^2. \qquad (4)$$

$a \leq l \leq a+b$ のとき，

$$p=l-\sqrt{b(l-a)}, q=\sqrt{b(l-a)}, \qquad (5)$$

$$B=\frac{1}{2}abl-\frac{1}{4}bl^2+\frac{1}{3}\{b(l-a)\}^{\frac{3}{2}} \qquad (6)$$

となる．また，$a=b$ の場合のみ，上式の p と q が入れかわった式も解となる．

3.計算例

これより，路線の最適形態は，路線の総延長 l によって異なることがわかる．例えば，$a=b=1, l=3/2$ の場合は図2のように，最も効果の大きい p の値は二つあり，$p=\sqrt{2}/2, (3-\sqrt{2})/2$ となっている．また，図3，図4は，路線の横の長さ p と路線の総延長 l の関係を示している．原点 $(0,0)$ で効果は0であり，0.02毎に等高線を引いている．図中の太線は，最も効果の大きい p の経路を示している．

ここで，$l \geq a$ の範囲内で考えたとき，路線の横の長さ p の最小値とそのときの l の値は，

$$p = a - \frac{b}{4}, l = a + \frac{b}{4}$$

となる．つまり，移動時間短縮効果を最大にするとき，$a - b/4 \leq l$ となるどのような l の値でも $p = a - b/4$ までは，必ず路線が必要であることが分かる．

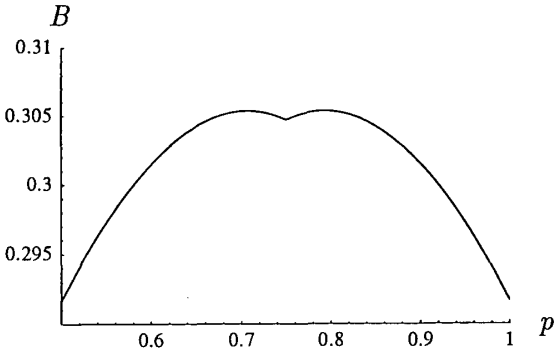

図 2: $a = b = 1, l = \frac{3}{2}$の場合

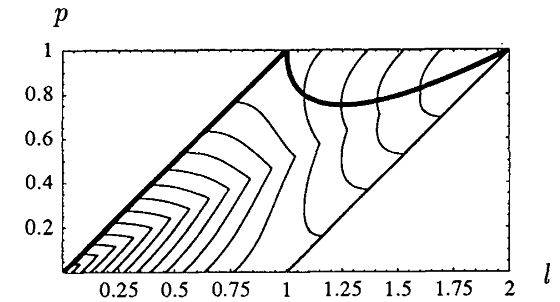

図 3: $a = b = 1$ の場合

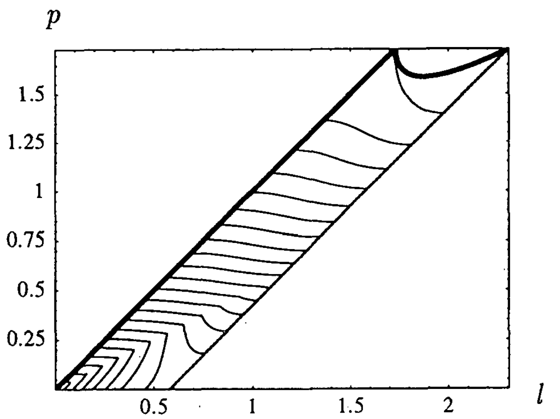

図 4: $a = \sqrt{3}, b = \frac{1}{\sqrt{3}}$の場合

次に，路線を逐次最適化によってΔlずつ建設していく場合を考える．まず，$l < a$の場合．現在，路線の横の長さがl，縦の長さが0の場合に，路線をΔlだけ延長することを考える．路線を横にΔlだけ延長した場合の効果を $B(p, q) = B(l + \Delta l, 0)$ とし，路線を縦にΔlだけ延長した場合の効果を $B(l, \Delta l)$ とする．このとき，

$$\begin{aligned}
\Delta B(l + \Delta l, 0) &= B(l + \Delta l, 0) - B(l, 0) \\
&= \frac{1}{2}(a - l)b\Delta l - \frac{1}{4}b\Delta l^2, \\
\Delta B(l, \Delta l) &= B(l, \Delta l) - B(l, 0) \\
&= -\frac{1}{6}\Delta l^3 + \frac{1}{4}b\Delta l^2
\end{aligned}$$

となり，

$$\begin{aligned}
&\Delta B(l + \Delta l, 0) - \Delta B(l, \Delta l) \\
&\quad = \frac{1}{2}\{a - (l + \Delta l)\}b\Delta l + \frac{1}{6}\Delta l^3 > 0
\end{aligned}$$

となる．この結果より，$0 \leq l < a$ の場合は，路線を建設するとき，長辺の方向に路線を増設していく方が，短辺方向に増設する場合に比べて，だいたい $(a - l)b\Delta l/2$ だけ効果が大きいことがわかる．そして，対象地域の長辺方向いっぱいに路線を建設した後，短辺方向の路線を建設していくことになる．

4. おわりに

このように，路線の建設計画をする場合，計画時に最終的な総延長が決定されている場合と，逐次的に建設していった場合との路線の最適な形は異なっていることがわかった．つまり，路線の建設をする場合，どれくらいの規模で建設できるかをあらかじめ知っておくことが路線を建設する場合には，必要であることがわかる．

5. 参考文献

[1] 谷村秀彦,腰塚武志，他 (1986):都市計画数理．朝倉書店．

[2]Rodney Vaughan(1987):Urban Spatial Traffic Patterns.Pion Limited.

[3]Takeshi Koshizuka(1990):Efficiencies of a Sequential Algorithm and an Intuitive Selection Method in a Planar Location Problem.Operational Research'90,pp.445-456.

[4] 大澤義明 (1996):地域施設計画モデルにおける計画施設数と最適配置及び最適距離との関係．日本建築学会計画系論文集第 482 号,pp.165-174.