1999年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

コンピュータシステムの自動スリープ機能を設計するための統合化モデル

岡村寛之 † (01013754), 土肥正 † (01307065), 尾崎俊治 † (01002265)
† 広島大学工学部

1. はじめに

通常，コンピュータの省電力化対策として，CPU, 液晶画面のバックライト，ハードディスク装置など，電力消費が比較的大きい部分に対して自動スリープ機能が搭載されている．コンピュータの自動スリープ機能とは，ある一定時間以上コンピュータに対するアクセス要求がない場合，自動的にコンピュータを一時停止（スリープ）させる機能であり，ユーザはスリープモードに移行する時間を任意に設定することが可能である．しかしながら，その移行時期はユーザの勘と経験によって決定されているのがほとんどであり，省電力という観点からその理論的妥当性を検証する必要がある．

そこで文献 [1,2] では，コンピュータシステムの自動スリープ機能を設計するための確率モデルを構築し，ハードディスクに対する省電力化の観点から最適なスリープ時間を導出している．また，文献 [3,4] はコンピュータシステムへのアクセス要求が再生過程に従って発生すると仮定し，アクセスの処理中に発生した他のアクセス要求が (i) キャンセルされる場合と (ii) 待ち行列を形成する場合の 2 種類のモデルについて考察を行っている．

本稿では文献 [3,4] において別々に考察されたモデルを統合するために，有限容量のバッファをもつようなシステムの自動スリープ機能について考察する．

2. モデルの概要

文献 [3,4] で定義されたコンピュータシステムの自動スリープ機能を考える．ある一定時間以上システムへのアクセス要求がなければ，その時点からシステムを一時停止（スリープ）する．アクセスの発生時間間隔 X_k は互いに独立で同一な確率分布関数 $F(t)$ （$\mathrm{E}[X_k] = 1/\lambda$, $\mathrm{Var}[X_k] = \sigma_a^2$）に従うものとし，最初のアクセス要求が発生してから実際にアクセスに対する処理を開始するまでの準備時間を τ (定数) とする．単一のアクセスの処理に要する時間は確率分布 $G(t)$ に従う独立で同一な確率変数 S であり，その平均と分散を，それぞれ $\mathrm{E}[S] = 1/\mu$, $\mathrm{Var}[S] = \sigma_s^2$ で表す．

バッファの容量は $K\,(<\infty)$ であり，系内のアクセス要求数が K に達した時に発生した他のアクセス要求はキャンセルされるものとする．アクセスの処理が完了してから時間 t_0 の間に他のアクセス要求が全く無い場合，システムはその時点からスリープモードに移行する．スリープ状態の時に他のアクセス要求が発生すると，起動時間 s (定数) を経過してシステムは稼働状態に移行する．本稿では，このような時間 t_0 をスリープ時間と呼ぶ．このとき，系内のアクセス要求数は $GI/GI/1/K$ 待ち行列を形成する（図 1 参照）．

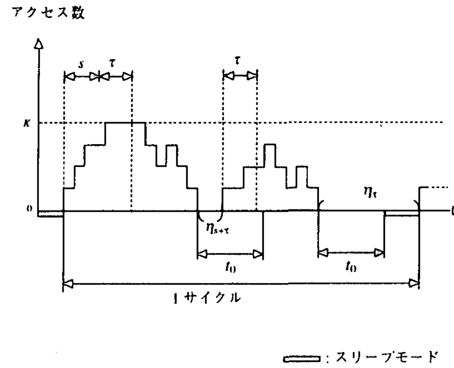

図 1: 自動スリープモデルの概念図．

システムが稼働状態であるとき，単位時間当たりに消費する通常電力を P_1，システムを起動する際に単位時間当たりに消費する電力を $P_2\,(P_2 > P_1)$，システムがスリープモードにあるとき電力の消費は無視できる程小さいものとする．

3. 期待消費電力

前述の自動スリープ機能を伴うシステムに対して，定常状態における単位時間あたりの期待消費電力を定式化する．システムの起動時点が再生点となることに着目して，システムを起動してから最初のスリープモードが終了するまでの期間を 1 サイクルとする．また，以下の記号を定義する．

$N+1$: 1 サイクル中にバッファが空になる回数（確率変数），

η_t : 余暇期間が t であるときのバッファが空の期間（確率変数），

$I(\cdot|t)$: η_t の確率分布関数，特に $\overline{I}(\cdot|t) = 1 - I(\cdot|t)$.

このとき，最初にバッファが空になった期間（空き期間）中にスリープ状態に移行する確率が $I(t_0|s+\tau)$，2 回目以降の空き期間でスリープ状態に移行する確率が $I(t_0|\tau)$ であるため，N の期待値は

$$\mathrm{E}[N] = I(t_0|s+\tau)/\overline{I}(t_0|\tau) \tag{1}$$

となる．$\mathrm{E}[\eta_t]$ および $\mathrm{E}[N]$ を用いて，1 サイクルの期待時間は

$$\begin{aligned} T(t_0) &= \frac{1}{1-\rho_e}\Big\{s+\tau+\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}] \\ &\quad +\big(\tau+\mathrm{E}[\eta_\tau]\big)\mathrm{E}[N]\Big\} \end{aligned} \tag{2}$$

と表現される．ここで，ρ_e は $GI/GI/1/K$ 待ち行列のトラフィック強度（利用率）である．いま，$\rho=\lambda/\mu$ と定義すると，オーバーフロー率 P_{loss} ならびに定常状態においてバッファが空である確率 p_t（余暇期間 t に依存する）を用いて，

$$\begin{aligned} \rho_e &= (1-P_{\mathrm{loss}})\rho \\ &= 1-\frac{\{1+(s+\tau)\mathrm{E}[\eta_\tau]\}p_{s+\tau}}{(1+\mathrm{E}[N])\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}]\mathrm{E}[\eta_\tau]} \\ &\quad -\mathrm{E}[N]\frac{\{1+\tau\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}]\}p_\tau}{(1+\mathrm{E}[N])\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}]\mathrm{E}[\eta_\tau]} \end{aligned} \tag{3}$$

と表現される．ここで，$GI/GI/1/K$ システムにおいては $\rho_e \neq \rho$ となること注意する [5].

また，1 サイクルにおける総期待消費電力は

$$\begin{aligned} C(t_0) &= \left\{\frac{\rho_e}{1-\rho_e}P_1+P_2\right\}s+\frac{P_1\tau}{1-\rho_e} \\ &\quad +P_1\left\{\frac{\rho_e}{1-\rho_e}\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}]+\mathrm{E}[\eta_{s+\tau}\wedge t_0]\right\} \\ &\quad +\mathrm{E}[N]\left\{\frac{P_1\tau}{1-\rho_e}\right. \\ &\quad \left.+P_1\left(\frac{\rho_e}{1-\rho_e}\mathrm{E}[\eta_\tau]+\mathrm{E}[\eta_\tau\wedge t_0]\right)\right\}. \end{aligned} \tag{4}$$

これより，定常状態における単位時間当たりの期待消費電力は

$$\begin{aligned} V(t_0) &= \lim_{t\to\infty}\frac{\mathrm{E}[(0,t]\text{ における総消費電力}]}{t} \\ &= C(t_0)/T(t_0) \end{aligned} \tag{5}$$

となる．

注意 3.1: (i) $K=1$ のとき，本稿で考察したモデルは文献 [3] のモデルに帰着される．
(ii) $K\to\infty$ のとき，$\rho_e=\rho$ となり，本稿で考察したモデルは文献 [4] のモデルに帰着される．

4. $M/GI/1/K$ モデル

特別な場合として，アクセス要求の発生回数がパラメータ $\lambda(>0)$ の同次ポアソン過程に従う場合，すなわちバッファ内のアクセス要求数が $M/GI/1/K$ 待ち行列を形成する場合について解析を行う．このモデルは，アクセス要求が時間に関して一定の発生率で生起する場合に対応しており，最も基本的なモデルである．

この場合，前述の空き期間は

$$I(x\mid t) = 1-\exp(-\lambda x), \tag{6}$$

$$\mathrm{E}[\eta_t] = 1/\lambda, \tag{7}$$

$$\mathrm{E}[\eta_t\wedge t_0] = \{1-\exp(-\lambda t_0)\}/\lambda \tag{8}$$

となる．式 (6)-(8) を式 (5) に代入することにより，定常状態における単位時間あたりの期待消費電力 $V_{\mathrm{M}}(t_0)$ は，定常状態においてバッファが空である確率 p_t を用いて陽に表現される．ここで，任意の p_t に対して

$$p_t > p_{t+x}, \qquad \forall x\in(0,\infty) \tag{9}$$

の関係が成立することを考慮すると，定常状態における単位時間当たりの期待消費電力 $V_{\mathrm{M}}(t_0)$ を最小にする最適スリープ時間 t_0^* に関して次の結果が得られる．

定理 4.1: $P_2/P_1 < 1+1/(\lambda s)$ ならば，定常状態における単位時間当たりの期待消費電力 $V_{\mathrm{M}}(t_0)$ を最小にする最適スリープ時間は $t_0^*=0$，すなわちアクセスの処理が完了したと同時にスリープモードに入ることが最適となり，そのときの最小期待消費電力は

$$V_{\mathrm{M}}(0) = \frac{P_1(\tau+1/\mu)+\{\rho_eP_1+(1-\rho_e)P_2\}s}{s+\tau+1/\lambda} \tag{10}$$

となる．逆に $P_2/P_1 \geq 1+1/(\lambda s)$ ならば $t_0^*\to\infty$，すなわち全くスリープモードに入らないことが最適となり，そのときの最小期待消費電力は

$$V_{\mathrm{M}}(\infty) = P_1 \tag{11}$$

となる．

参考文献

[1] H. Sandoh, H. Hirakoshi and H. Kawai, “An optimal time to sleep for an auto-sleep system”, *Computeres & Operations Research*, Vol. 23, pp. 221-227 (1996).

[2] 土肥，海生，尾崎，“ノート型パーソナルコンピュータの省電力方策に対するノンパラメトリックアプローチ”，電子情報通信学会論文誌，Vol. J78-A, pp. 1157-1165 (1995).

[3] 岡村，土肥，尾崎，“コンピュータシステムの自動スリープ機能による省電力効果 I –再生過程によるモデル化–”，情報処理学会論文誌，Vol. 39, pp. 1858-1869 (1998).

[4] 岡村，土肥，尾崎，“コンピュータシステムの自動スリープ機能による省電力効果 II –待ち行列モデル–”，情報処理学会論文誌，(掲載決定済).

[5] H. Sakasegawa, M. Miyazawa and G. Yamazaki, “Evaluating the overflow probability using the infinite queue”, *Management Science*, Vol. 39, pp. 1238-1245 (1993).