

ハイブリッド型タブサーチによるサーバ・クライアント型ネットワーク設計問題の解法

豊橋技術科学大学 \*梅田 智康 UMEDA Tomoyasu  
 会員番号 01991193 豊橋技術科学大学 崔 文田 CUI Wen Tian  
 会員番号 01207133 豊橋技術科学大学 清水 良明 SHIMIZU Yoshiaki

**はじめに** ネットワークにおいて、ハブはフローの集約点の役割を果たす。こうしたハブの配置問題は、旅客輸送問題を始めとする種々のネットワーク設計問題において重要なテーマの1つである。すべての点間にフローが存在している時、その輸送コストの総和が最小となるようなハブの配置に関して、様々な研究が行われてきた[1]。一般にハブ配置問題は、いくつかの候補点の中からハブを配置する点を選ぶ、組み合わせ最適化問題である。これは NP 完全問題となるため、最適解を得るのは困難である。

そこで本研究では、PHS や衛星通信など、各点は何らかのサービスを必要としている時、サービスを提供する施設に接続することによりその需要が満たされるサーバ・クライアント型モデルを対象とし、タブサーチと数値計画法を組み合わせ合わせた実用的な近似解法を提案する。

**問題の定式化** 本研究では次のようにハブ配置問題を設定する：

$n$  個のクライアントと  $q$  個のサーバ、そして  $p$  個

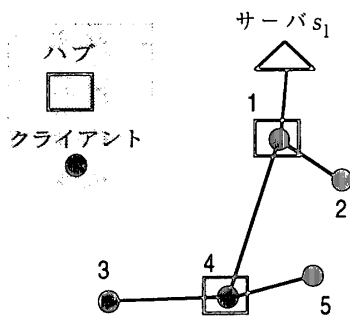


図1. ハブ配置の例

のハブからなるネットワークを考える ( $n > p \geq q$ )。クライアント  $i$  における需要を  $d_i$  とし、クライアント  $i, j$  間の単位需要当たりのコストを  $c_{ij}$ 、クライアント  $i$  とサーバ  $j$  間の単位需要当たりのコストを  $e_{ij}$  で表す。この時、総コストが最小となるようなハブの配置と接続を求めよ。ただし、ハブはクライアント上にも配置され、クライアントは1つのハブにのみ接続可能であり、 $p$  個のハブのうち  $q$  個のハブのみサーバと直接接続が可能である

この時、総コストが最小となるようなハブの配置と接続を求めよ。ただし、ハブはクライアント上にも配置され、クライアントは1つのハブにのみ接続可能であり、 $p$  個のハブのうち  $q$  個のハブのみサーバと直接接続が可能である

上記の問題は次のように整数計画問題として定式化できる：

(P. 1)

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n d_i \left[ \sum_{j=1}^n x_{ij} \left\{ c_{ij} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \left( c_{jk} + \sum_{l=1}^q e_{kl} z_{kl} \right) \right\} \right]$$

subject to

$$(n-p+1)x_{jj} - \sum_{i=1}^n x_{ij} \geq 0 \quad \text{for } j=1, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \text{for } i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (3)$$

$$(p-q+1)y_{kk} - \sum_{j=1}^n y_{jk} \geq 0 \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} = x_{jj} \quad \text{for } j=1, \dots, n \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{kk} = q \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^n z_{kl} = 1 \quad \text{for } l=1, \dots, q \quad (7)$$

$$\sum_{l=1}^q z_{kl} = y_{kk} \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (8)$$

$$x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{for } i, j=1, \dots, n$$

ここで、 $x_{ij}$  はクライアント  $i$  がハブ  $j$  に割り当てられている時に1であり、それ以外の場合は0である。 $y_{ij}$  はハブであるクライアント  $i$  がサーバと直接接続しているハブ  $j$  と接続している時に1であり、それ以外の場合は0である。 $z_{ij}$  は、ハブであるクライアント  $i$  がサーバ  $j$  へ直接接続している時に1であり、それ以外の場合は0である。なお、サーバと直接接続しているハブを今後S-ハブと呼ぶ。

**解法** 本解法では、(上位レベル)タブサーチを用いてハブの配置交換を行い、(下位レベル)数

理計画法により上位レベルのハブ配置におけるコスト最小の接続を求める。このように、問題を上下 2 レベルに分けることにより、解の探索空間を分割している。そしてこの 2 レベルの探索を繰り返し行い、最良解の発見を目指す。アルゴリズムの流れは以下の通りである：

- Step1. 上位レベルの初期解を決定し、 $k=1$  とおき、Step3 へ行く。
- Step2. (上位レベル) タブサーチを用いてハブおよび S-ハブの配置を改良する。
- Step3. (下位レベル) 決定された配置において、コストが最小となるようクライアントをハブへ割り当てる。
- Step4.  $k=k+1$ .  $k < \text{Iter\_Max}$  の時、Step2 へ戻る。 $k = \text{Iter\_Max}$  の時、終了。(Iter\_Max: 最大繰返し数)

**初期解の決定** 各サーバとの接続コストが 0 であるような仮想的な根を設定し、どのクライアント同士も接続可能であり、サーバ-クライアント間もまた接続可能であるとして MST (Minimum Spanning Tree) を求め、節点を初期のハブとする。これは (P.1) において、各クライアントの需要は一定であり、ハブの個数  $p$  と直接サーバへ接続可能なハブの個数  $q$  の制限をなくした解に相当する。この時、特に次数の高い節点から初期解のハブと S-ハブを選ぶという方法によって、ハブ配置の有効な初期解を与えることができる。

タブサーチにおける近傍とタブリストを次のように定義する。

**近傍** 実行可能解を  $z = ((a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n))$  と定義する。ここで、 $a_i$  はクライアントの番号であり、 $b_i$  はクライアント  $a_i$  上にハブが配置されている時 1 であり、配置されていない時 0 である。特に S-ハブが配置されている時には、 $a_i$  が直接接続しているサーバの番号  $s_j$  を示す。そして、近傍をハブの配置が 1 つのみ異なる実行可能解  $z$  の集合であると定義する。この時、近傍のサイズは  $(n-p)p$  である。■

**タブリスト** 配置交換によりハブではなくなったクライアントの番号をタブリストに記録する。そして、タブリストに含まれているクライアントに再びハブを配置することを禁止する。ただし、その配置交換により、現在までに得られているよりも良い解が得られる場合は交換可能であるとする。■

**クライアントの割り当て** クライアントの接続コストを最小化するような線の接続については、図 2. のような有向グラフにおいて、各クライアントから仮想的な根までの最短経路を求める問題に帰着し、ダイクストラ法を用いて解く。ただし、仮想的な根と各サーバとの間の接続コストは 0 とする。

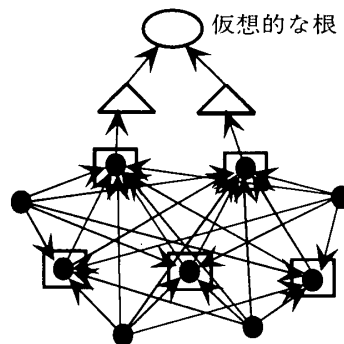


図 2. 割り当て問題の有向グラフ

**計算結果** 結果の一例として、最適化パッケージ LINGO[2] を用いて計算した場合と、本研究で提案する解法で得られた場合について、(P.1) の目的関数値を示す。このようにほぼ同じ解が得られている。また  $n=20$  の問題において、接続コス

表 1. LINGO と本解法による解の比較

クライアント数	5 <sup>+1</sup>	6 <sup>+1</sup>	7 <sup>+1</sup>	8 <sup>+1</sup>	20 <sup>+2</sup>
LINGO	24	24	26	35	×
本解法	24	24	26	36	170
性能比 <sup>+3</sup>	106	548	4418	9912	∞

<sup>+1</sup> : ハブ数  $p=3$ 、サーバ数  $q=2$  の時

<sup>+2</sup> : ハブ数  $p=8$ 、サーバ数  $q=3$  の時

<sup>+3</sup> :  $\text{Time(LINGO)}/\text{Time(proposed)}$

トやクライアントの需要を変化させシミュレーションを行った結果、多くの場合 200 回の繰返しで解が収束した。この解は異なる初期解により得られた結果とほぼ同じ値であるので妥当解であると言える。また本解法は、クライアント数の増加に対して、計算時間はさほど影響を受けていない。

**まとめ** 本研究で提案した解法は、少ない繰返し数でも十分良い値を得ることが可能である。また、クライアント数が多いネットワークにおいてもこの解法は実用的な計算時間で解くことが可能である。

## 参考文献

- [1] Skorin-Kapov, D., Skorin-Kapov, J. On tabu search for the location of interacting hub facilities. *European J. Opnl. Res.*, 73:502-509, 1992.
- [2] LINGO user's guide. LINDO Systems Inc., 1995.