

標高を考慮にいれた郵便配達経路問題†

02202840 中央大学 佐々木 智之* SASAKI Tomoyuki

1 はじめに

郵便配達を考える場合、坂道を考慮に入れて経路を考えるのは当然である。東京都文京区は非常に坂道が多い。本研究では坂道を考慮にいれた郵便配達問題のモデルを提案し、具体的な例として東京都文京区の一部を用い、経路を求めてみる。

2 数理モデル

2.1 Windy postman problem

進む方向によって辺の重みが違うネットワーク上での郵便配達経路問題は windy postman problem と呼ばれており、NP 困難問題であることが知られている。しかし、ネットワーク上の一つの閉路の辺の重みの和を C 、逆回りの閉路の重みの和を C' としたとき、すべての閉路について $C = C'$ が成り立てば多項式時間で解を求めることができる事も知られている [3]。そのアルゴリズムは以下の通りである。ただし、 V はグラフの頂点集合、 E はグラフの辺集合とする。

1. グラフ $G(V, E)$ 上のすべての $(i, j) \in E$ の重み w_{ij} を $w_{ij} = w_{ji} = (l_{ij} + l_{ji})/2$ とする。 l_{ij} は辺 (i, j) において i から j への辺の重みを表わす。
2. G の奇数次の頂点を結ぶ w_{ij} に関する最小重みマッチングを E に付加することにより得られる Euler グラフを \hat{G} とする。
3. \hat{G} における Euler 閉路を求めると、それが最短の配達経路となる。

本研究ではこの条件を満すようなモデルを考える。

†本研究は、中央大学理工学研究所先端技術研究センター(文部省私立大学ハイテク・リサーチ・センター)における“統合型地理情報システムの研究”の一環として行われたものである。

*中央大学大学院 理工学研究科 情報工学専攻 伊理研究室
e-mail : tsasaki@iri-lab.ise.chuo-u.ac.jp

2.2 疲労度関数

各道路の重みとして疲労度というものを用いる。各道路の疲労度とは、その道路を通ったときの“つらさ”を数量化したものとする。疲労度は道路の勾配角と道路の長さの関数(疲労度関数と呼ぶことにする)で与えられる。一般性を失わずに、一つの道路の勾配はほとんど一定であると仮定する。

この疲労度関数が、道路の両端点の標高差に関して線形であるなら、先の節で述べた条件 $C = C'$ を満すことは容易にわかる。

ここで提案する疲労度関数 f_{ij} は

$$f_{ij} = \begin{cases} Ae_{ij} + B_1 e_{ij} \sin \theta_{ij} & (\theta_{ij} \geq 0) \\ Ae_{ij} - B_2 e_{ij} \sin \theta_{ij} & (\theta_{ij} < 0) \end{cases}$$

とする。ここで A, B_1, B_2 は定数で、 θ_{ij} は辺 $(i, j) \in E$ の i から j へ向かうときの勾配角、 $e_{ij} (= e_{ji})$ は点 i から j への実際の距離である。この疲労度関数は、高さに関して線形であり、

$$f_{ij} = \begin{cases} Ae_{ij} + B_1(h_j - h_i) & (h_j \geq h_i) \\ Ae_{ij} + B_2(h_i - h_j) & (h_j < h_i) \end{cases}$$

と表わせる。ここで、 $h_i (i \in V)$ は点 i の標高である。

2.3 モデルの概要と解法

配達をする際、1車線の道路は1回、2車線以上の道路は2回通らなければならないとする。そこで、2車線以上の道路はグラフでは2本の平行辺で表わすことにする。

このようなグラフ $G(V, E)$ において $l_{ij} := f_{ij}$ として、§ 2.1 の windy postman problem に対するアルゴリズムを用いれば、郵便配達の最適経路を求めることができる。

3 具体例

3.1 標高データ

各交差点における標高値は、国土地理院発行(平成9年7月1日)、数値地図50mメッシュ(標高)を利用した。座標 (x, y) における標高値の計算は (x, y) の近傍16点の標高を用い補間(x 方向, y 方向とも3次多項式による)をした[5]。

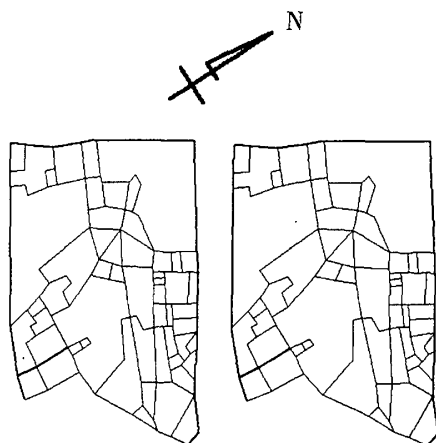


図1. 道路ネットワーク(立体視用)

3.2 文京区の一部を用いた配達経路

今回は文京区小石川周辺の地域をサンプルとして用いた(図1)。この地域の標高を考慮して、図1の道路ネットワークは立体視向きに表わしてある。この図で、太線部分は2車線以上の道路を表わしている。この地域の道路勾配は、もっとも急峻なところで 6° くらいである。

疲労度関数における定数 A, B_1, B_2 をそれぞれ(a), (b)のように与えたときの最適経路を図2に示す。

この結果から、標高を考慮にいれた場合(a)と標高を考慮にいれない場合(b)とで経路が違ってくる。したがって、標高を考慮にいれたほうが、よりよい経路が求められるであろう。

4 おわりに

標高を考慮にいれて経路を考える場合、本研究のように疲労度関数を定義しモデル化を行えば、標高を考慮にいれない場合と比べて、標高データの抽出の手間を除けば、ほぼ同程度の手間で最適経路

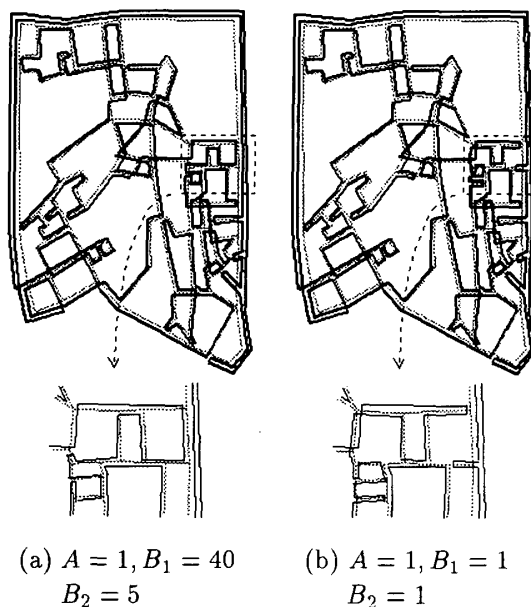


図2. 最適経路の1例

を求めることができる。したがって、より現実的な郵便配達経路を求めるのに、このモデル化は有効であると考えられる。

今後の課題として、今回提示したモデルを基礎として、疲労度関数の定数が違う複数の配達夫の担当地域割り当ての問題を扱っていきたい。

謝辞

本研究にあたり、適切な御助言、御指摘を頂いた、中央大学 伊理正夫教授に感謝いたします。

参考文献

- [1] Jack EDMONDS and Ellis L. JOHNSON: Matching, Euler tours and the Chinese postman, *Mathematical Programming*, Vol.5 (1973), pp.88-124.
- [2] KWAN Mei-ko: Graphic programming using odd or even points, *Chinese Mathematics*, Vol.1 (1962), pp.273-277.
- [3] Meigu GUAN: On the windy postman problem, *Discrete Applied Mathematics*, Vol.9 (1984), pp.41-46.
- [4] Hong YAN and Gerald L. TOMPSON: Finding postal carrier walk paths in mixed graphs, *Computational Optimization and Applications*, Vol.9 (1998), pp.229-247.
- [5] 建設省 国土地理院(監修), 財団法人 日本地図センター(編集): 数値地図ユーザーズガイド, 財団法人 日本地図センター, 1992.