

リアクティブ・スケジューリングにおける 定期リスケジューリングの最適政策

02201844 撰南大学 * 諏訪 晴彦 SUWA Haruhiko
01012974 住友金属工業 浅田 克暢 ASADA Katsunobu
01204194 流通科学大学 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

1 はじめに

生産現場では、生産設備の故障や特急ジョブなどの予測不能であった事象により、当初計画したスケジュールに従って生産を実施することができなくなることが頻発する。このような状況の下では、生産状況に応じて質の高い実行可能なスケジュールを作成することが重要となる。これに応じて、リアクティブ・スケジューリング (Reactive Scheduling) と呼ばれるスケジューリング方法が研究されている [1]。

しかし、スケジューリングのタイミング決定は、スケジューリング専門家の経験的知識に依存する 경우가多く、科学的根拠に基づく決定方法は明らかにされていないのが現状である。本研究では、リアクティブ・スケジューリングの最適な実施時期を理論的に決定するための数理モデルの構築を試みる。ここでは、リアクティブ・スケジューリング法の一つである定期的なリスケジューリングを実施する場合に着目し、最適なリスケジューリングの時期の存在を明らかにする。

2 対象スケジューリング問題

本研究では、ジョブショップ型のスケジューリング問題を対象とし、以下のように定義する [2]。 n 個のジョブ J_1, J_2, \dots, J_n は m 台の機械 M_1, M_2, \dots, M_m で処理されるものとする。各ジョブ $J_i (i = 1, 2, \dots, n)$ は n_i 個のタスク $T_{i,1}, T_{i,2}, \dots, T_{i,n_i}$ で構成されるものとする。各タスク $T_{i,j} (j = 1, \dots, n_i)$ は、機械 $\mu_{i,j} \in \{M_1, \dots, M_m\}$ 上で、時刻 $r_{i,j}$ に分割なしに $p_{i,j}$ の時間で処理されるものとする。ただし、処理時間には準備時間も含むものとする。各ジョブ J_i について、 $T_{i,1} \rightarrow T_{i,2} \rightarrow \dots \rightarrow T_{i,n_i}$ の先行関係が存在するものとする。各機械 $M_k (k = 1, \dots, m)$ は一度に1つのタスクを処理できるものとし、各タスクは同一機械上では2回以上加工されないものとする。ジョブ $J_i (i = 1, \dots, n)$ の完了時刻 C_i をジョブのコスト関数とし、最大完了時間 $C_{max} (= \max_i C_i)$ 、総完了時刻 $\sum C_i (= \sum_i C_i)$ の最小化を目的とする。

3 リスケジューリングの実施

3.1 実施要因

本研究では、リスケジューリングの実施要因として、機械故障によるタスクの処理開始時刻の遅れ (以下、

遅れ) を考える。リスケジューリングの実施に関して、以下の条件を設ける。

- (1) 機械故障は、生産実施期間のある時点で発生し期間内に復旧するものとし、生産実施の継続が十分可能な程度のものとする。
- (2) 新たなスケジュールは、それまでの遅れを無視し、リスケジューリング時点以降の未処理タスクに対する良好なスケジュールとする。
- (3) リスケジューリング時点以前の遅れは、以降の生産実施プロセスには影響しないものとする。

これら条件の下で、リスケジューリングの実施要因となるタスクの遅れを次節で定義する。

3.2 処理開始時刻の遅れ

計画段階で作成した当初スケジュールにしたがって、時刻0から生産が実施され、時刻 $t_l (l = 1, 2, \dots, N, t_0 = 0)$ を第 l 番目のリスケジューリング時点とする。時刻 t_l までに処理が完了したタスク $T_{i,j}$ の実際の開始時刻を $r'_{i,j} (\geq r_{i,j})$ とする。このとき、前回のリスケジューリング時点 t_{l-1} 以降で処理が開始され、 t_l の時点で処理が完了した、あるいは、処理中のタスクを

$$T_{i,a'_i}, T_{i,a'_i+1}, \dots, T_{i,b'_i} \quad (i = 1, \dots, n)$$

とする。ただし、

$$a'_i = \min\{j | r'_{i,j} \geq t_{l-1}\} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

$$b'_i = \max\{j | r'_{i,j} < t_l\} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2)$$

タスク $T_{i,k} (k = a'_i, \dots, b'_i)$ について、処理の遅れ $\delta_{i,k}$ を次式 (3) により算出する。

$$\delta_{i,k} = \max(r'_{i,k} - l_{i,k}, 0) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3)$$

ただし、 $l_{i,k}$ は当初スケジュール上での最遅開始時刻を表す。タスクの遅れが $\delta_{i,k} > 0$ の場合、ジョブの完了時刻の増加を伴うこととなる。すなわち、本研究で定義する遅れとは、スケジュール評価値の増加に影響する程度の大きさを意味する。以下では、遅れを伴うタスクを遅れタスクと呼ぶこととする。時間区間 $[t_{l-1}, t_l)$ での遅れタスク数 $N(t_l)$ は、 $\delta_{i,k} > 0$ なるタスクの総数で表わすこととする。

4 定期リスケジューリング政策

4.1 仮定と方策

本研究では、スケジュールの遅れの原因となる事象（処理開始時刻の遅れ）は、該当タスクの個数で計測することとし、その発生プロセスは、平均値関数 $H(t)$ の非定常ポアソン過程 [3] に従うものとする。すなわち、時刻 t までの遅れタスク数 $N(t)$ について、 $N(t) = i$ となる確率が

$$\Pr[N(t) = i] = \frac{[H(T)]^i}{i!} e^{-H(T)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

で与えられる。

また、前回のリスケジューリング完了時点から観測して、遅れタスクが存在したとき、 c_1 の遅れ（複数個存在する場合は平均をとる）が生成されるものとする。

このような仮定の下、本研究ではリスケジューリングの実施時期に関して次の方策を考える。

立案されたスケジュールに基づく生産実施の時間間隔を T とする。このとき、 T を $M (M = 1, 2, \dots)$ 等分し、時点 $kT/M (k = 1, 2, \dots, M - 1)$ で定期的にスケジュールの遅れを検出し、リスケジューリングを実施するという方策を考える。すなわち、定期リスケジューリングは一定時間間隔で実施され、 M はその頻度を表すこととなる。以下では、この方策を定期リスケジューリングと呼ぶこととする。

4.2 期待時間費用

上記の方策におけるタスクの遅れと定期リスケジューリングにかかる実時間は、生産実施の効率性を低下させる時間費用と捉えることができる。また、確率過程という意味でのプロセスは、定期リスケジューリング時点を再生点とする再生過程を形成することが明らかである [3]。そこで、遅れタスク 1 個あたりの遅れの量を c_1 、リスケジューリングに必要な時間費用を c_2 とすると、単位（生産実施）時間当たりの期待時間費用 $C(M)$ は、

$$C(M) = \frac{E[c_1 N(T/M) + c_2]}{T/M} = \frac{c_1 H(T/M) + c_2}{T/M} \quad (5)$$

で与えられる [3]。

5 最適定期リスケジューリング頻度

4.2 節での期待時間費用を最小にするという意味において、最適な定期リスケジューリング頻度 $M = M^*$ に関する解析を行う。解析をより簡単にするために、 $z \equiv T/M (z \in (0, T])$ なる変数変換を行い、 $C(z)$ 最小にする z について解析した。

解析結果をまとめると、最適解が存在する十分条件は、以下に示す 3 つの場合のもとで議論される。

(A) 不等式

$$h'(z) > 0 \quad (6)$$

$$\lim_{z \rightarrow +0} \{zh(z) - H(z)\} < \frac{c_2}{c_1} \quad (7)$$

$$Th(T) - H(T) > \frac{c_2}{c_1} \quad (8)$$

が成立する場合。

(B) 式 (6), (7) が成立し、式 (8) が成立しない場合。

(C) 式 (6) が成立し、式 (7) が成立しない場合。

(D) 式 (6) が成立しない場合。

(A) では、有限の最適定期リスケジューリング頻度 $M = M^* (M \geq 1)$ が存在する。すなわち、タスクの開始遅れの時間コストとリスケジューリングの時間コストを最小限に抑えるようなリスケジューリングの実施が可能である。

(B) では、 $z^* = T$ 、すなわち、最適定期リスケジューリング頻度 $M^* = 1$ となる。

(C) では、 $z^* = 0$ 、すなわち、最適定期リスケジューリング頻度が $M^* = \infty$ となることを意味する。この場合、可能な限りリスケジューリングを実施することとなる。

(D) の場合、時間経過に伴う遅れタスク数の増加が一定、もしくは吸収されるため、リスケジューリングの実施は生産実施の効率性に貢献しない。

以上より、有限の最適定期リスケジューリング頻度 M^* が存在するための十分条件は $h'(z) > 0$ であり、式 (7) が成立することである。

6 おわりに

本研究では、リアクティブ・スケジュールリングの一つである定期リスケジューリングに注目し、適切な定期リスケジューリングの頻度の存在を明らかにした。最適定期リスケジューリングの実施頻度は、単位時間当たりの遅れ時間とリスケジューリング実施時間に関する期待費用の最小化により得られる。なお、詳細な遅れの特性などについては今後の課題とする。

参考文献

- [1] Smith, S.F.: Reactive Scheduling Systems, *Intelligent Scheduling Systems* (Brown, D. E. and Scherer, W. T. Eds.), Kluwer Academic Publishers, pp. 155-192 (1995)
- [2] Brucker, P., *Scheduling Algorithm*, Springer-Verlag Berlin, pp.143-145 (1995)
- [3] Ross, S.M.: *Introduction to Probability Models, 5th ed.*, Academic Press, New York (1993)