

遺伝的プログラミングによるカオス力学系の推定と カオス制御への応用

九州大学経済学部 池田 欽一 IKEDA Yoshikazu
九州大学経済学部 * 時永 祥三 TOKINAGA Shozo

1 まえがき

本報告では遺伝的プログラミング (GP: Genetic Programming) によるカオス力学系の推定と時系列予測手法を示し、カオス制御問題を考察する。従来より、時系列より推定されたカオスアトラクタの形状に注目し、システムの挙動をアトラクタ上で再構成し時系列を予測する手法があるが、本報告ではシステムの方程式を、直接、遺伝的プログラミングにより推定する方法を用いる。これにより近似の精度が向上するとともに、より、決定論的な予測となる。またシステムの方程式が求まるので、カオス制御が可能となる。

2 GP による方程式推定

GP は木構造で表現された関数を最適化するための方法である。いま、変数 $x(t)$ の離散系を考え、左辺が $x(t)$ であり、右辺が $x(t-1)$ などの時間遅れ要素からなる関数であるとする。関数は木構造で表現されている。遺伝的アルゴリズムの場合と同様に、個体が1つの木構造(カオス)を記述する方程式体系に対応している。GAの場合と異なり、木構造の一部を切断して別の木構造に接合するなどの操作が必要となるので、StackCount というカウンタとスタック構造(prefix representation)を用いて制御する。例えば、方程式は次のような木構造となる。

$$(6.43x_1 - x_2)(x_3 - 3.54) \rightarrow - * 6.43x_1x_2 - x_33.54$$

また木構造はスタックで表現される。

個体 i に対応する木構造で計算された $x(t)$ の値が、観測された時系列の良好な近似となっていれば適応度 S_i をあげる。適応度を直接的に時間域ではなく、初期値依存性をなくすために、次のように周波数領域で定義する。

$$S_i = \sum (P(\omega) - \tilde{P}(\omega))^2 \quad (1)$$

$P(\omega)$, $\tilde{P}(\omega)$ はもとの時系列予測された時系列のスペクトルである。適応度の高い個体どうしの交差処理を行な

い、適応度の低い個体(木構造)をプールから除去する。

個体に対してパラメータを慎重に求めるために突然変異(局所探索)を用いる。これらを Global mutation, Local mutation として区別する。例題として Henon Map, Logistic Map に対するシステム方程式が正確に求まることが示される。

なお、本手法では木構造における定数や変数の組合せなどのパラメータを、従来の遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて最適化している。従って、全体のアルゴリズムは次のようになる。

(Step 1) GP における木構造の初期値を適当にあたえて個体の集合を作成する。

(Step 2) それぞれの個体において定数や変数の組合せなどの選択を GA を用いて行なう。

(Step 3) それぞれの個体について適応度を計算し適応度の順にソートする。ルーレット戦略により個体を選択し GP を適用する。

(Step 4) 一定の確率で突然変異を適用する。

(Step 5) 一定の回数に達したら終了そうでない場合は Step 2 へ。

3 時系列予測への応用

以下では、2つのカオス時系列の予測手法を比較する。比較する方法はアトラクタ再構成法(AR法と呼ぶ)とよばれるもので、Takensの定理を用いて埋め込まれた空間においてアトラクタの予測値を推定し、これを時間域に逆写像する方法である。代表例を表1に示す。sunspots, stock, ozone, ushiki, sales は、それぞれ、太陽黒点、株価、オゾン濃度、感染症データ、販売データである。

Population size=1000

Maximum size of array=20

Data sample=50

Used function= $\sqrt{\quad}$, sin, cos, +, -, \times

Maximum time lag=10

ただし、前提条件としてアトラクタ再構成による予測では参照とする時系列セグメントが多いほど(例えば1000以上)精度があがる傾向になり、逆に、GPによる方法では用いるサンプル数が制限されている(例えば50)。シミュレーションでは最も条件のよい場合の予測結果を示す。表1は予測誤差(予測誤差を標準偏差で割ったもの)の比較を示している。

これらより分るように、GPによる予測では対象にあまり影響されないで予測されている。これはシステム方程式を、ほぼ同数のサンプルで推定している結果である。これに対してAR(アトラクタ再構成)では、サンプル数に大きく依存しており、少ないサンプル数の株価予測は悪い。また、変化の激しい時系列ではアトラクタ再構成手法では全般に予測が悪く、変化に追従していないことがプロット結果から分る。

表2には3次元のダイナミックスを仮定した場合の推定された方程式を示している。3次元のシステムの場合には、GPのそれぞれの変数ごとに個体の集合が作成され、GPが適用される。木構造には、それぞれの変数のほかに、他の変数も含まれている。

表1. アトラクタ再構成法とGP法の予測誤差

系列名	sunspots	stock	ozone	ushiki	sales
AR	0.44	0.30	0.51	0.23	0.29
GP	0.65	0.27	0.64	0.10	0.18

表2. システム方程式の同定(3次元)

name	$x(t+1), y(t+1), z(t+1) =$
sunspots	$x(t+1) = (x(t) + 4.51) \sqrt{\sqrt{(\cos(\sin(z(t) - y(t)) + 0.24))}}$ $y(t+1) = \sqrt{y(t)} + z(t) + y(t) - 1.72$ $z(t+1) = \cos(0.88\cos(x(t))) - 3.04$
stock	$x(t+1) = 2.19y(t)(1.06 + z(t)) + x(t)$ $y(t+1) = \cos(\sqrt{x(t) + 6.65})$ $z(t+1) = y(t) - 8.45$
ozone	$x(t+1) = 2x(t) - y(t) - 1.28\cos(x(t))$ $y(t+1) = -\cos(\sin(x(t))) - 0.41$ $z(t+1) = y(t)$
ushiki	$x(t+1) = 0.136 + 3.41x(t) - x(t)^2$ $y(t+1) = \sin(\sin(-x(t) - 0.68))$ $z(t+1) = 1.36\sin(x(t)) + 3.74$

4 OGY法によるカオス制御

経済経営分野において不規則に振動する現象を、適切な入力を加えて制御する問題を考察する。特に、時系列がカオス時系列である場合にはOGY法により制御が

可能である。 n 次元のシステムにおいて単一入力を仮定する。

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)) \quad (2)$$

不動点のまわりで線形化すると

$$x(t+1) - x_f = A(x(t+1) - x_f) + bu(t) \quad (3)$$

ここで $A = D_x f(x_f, 0)$ 。システムの状態が x_f に近付いたときに、次の入力を加えるとシステムは安定起動に移行する。詳しい証明は省略する。

$$u(t) = -\lambda_1 v_1 (x(t) - x_f) / (v_1 b) \quad (4)$$

ここで $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ は行列の固有値であり $|\lambda_1| > \dots > |\lambda_k| > 1 > \dots > |\lambda_n|$ 、固有ベクトルは e_1, e_2, \dots, e_n である。

$$P = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T \quad (5)$$

$$P^{-1} = [v_1, v_2, v', \dots, v_n] \quad (6)$$

図1にはushikiのカオス時系列について制御された例を示す。

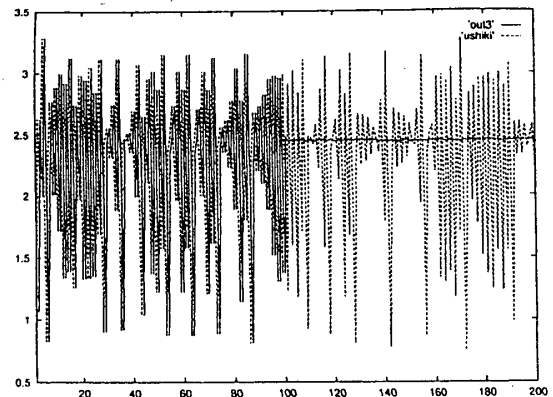


図1. OGY法によるカオス時系列制御(ushiki)

参考文献

- [1] P. Grassberger and I. Procaccia: "Measuring the strangeness of strange attractors", Physica D 9, pp.23-48 (1983)
- [2] A. J. Wolf, J. Swift and J. Vastano: "Determining Lyapunov exponents from a time series", Physica D 16, pp.285-317 (1985)
- [3] J. D. Farmer and J. J. Sidrowich: "Predicting chaotic time series", Phys. Rev. Lett., vol. 59, no. 8, pp. 845-848 Aug. (1987)
- [4] G. Sugihara and M. M. May: "Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series", Nature, 344, pp.734-741 (1990)
- [5] 池田, 時永: "遺伝的プログラミングによるカオス力学系の推定とその時系列予測への応用", OR学会199年度春季発表大会予稿集, pp.24-25 (1999).