

空間ポアソン分布を応用した多発火災の延焼面積モデル

01107680 慶應義塾大学 *栗田 治 KURITA Osamu
 01102840 筑波大学 腰塚武志 KOSHIZUKA Takeshi
 02004050 筑波大学 石井儀光 ISHII Norimitsu

1. はじめに

多発火災の延焼に関する定量的分析は大規模地震の被害想定に直結し、ひいては防災計画に資するものとなる。そのためには計算機実験が有用であるが、単純で規範的なモデルを通じて延焼の基本特性も得ておきたい。[1]は1次元都市をセルに分割し、隣接セルへの延焼と当該セルの鎮火を微分方程式で記述した。[2]は空間ポアソン分布に基づいて同時多発火災を記述し、人間の避難距離の確率的な特性を迫及した。本研究は[2]と同様の空間ポアソン分布を導入するが、出火時刻が確率的に変動する場合に焦点を当てる。

2. 前提と分析内容

十分に広い地域を対象とし、地震に伴う出火点が密度 ρ [点/m²]でランダムに分布すると想定する。ここで面積 S [m²]の領域内に ν 個の出火点が入る確率を $p(\nu, S)$ とすると、これは周知の空間ポアソン分布

$$p(\nu, S) = \frac{(\rho S)^\nu}{\nu!} e^{-\rho S} \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

で与えられる。また、火災の延焼速度は一律に v [m/分]とする。このとき出火時から τ [分]だけ経過したときの延焼区域は、出火点を中心とする半径 $v\tau$ の円盤(これを延焼円盤と呼ぶ)と見做される(図1)。

ただし全ての火災が地震直後に起きる訳ではない。実際、阪神・淡路大震災(1995年1月17日の午前5:46に発生)当日の、神戸市の時間帯別出火件数は表1の通り(神戸市消防局発表)。このように地震当日に109件も発生したが、実は続く1月18日から26日にかけても出火件数が14, 15, 8, 5, 3, 6, 3, 9, 3と(指数分布的に)推移している。ちなみに消防庁ホームページ(<http://www.fdma.go.jp/syosi.html>)においても震災対策指導室が「地震発生後数時間又は数日経過してからの火災に注目」と述べている。こうした次第により本研究では出火時刻の確率分布を導入する。

図1は、ランダムに分布する点から異なる時刻に発生した火災の、ある時刻での様子を表している。大きな[小さな]円盤は早い[遅い]時刻の出火点に対応している。本稿はこの状況下で、平面上で任意に選んだ点 Q が時刻 t に既に燃えてしまっている確率 q を求める。

表1 神戸市の時間帯別出火件数(震災当日)。

時間帯	5:46~	6:00~	7:00~	8:00~	9:00~
件数	54	10	5	10	30

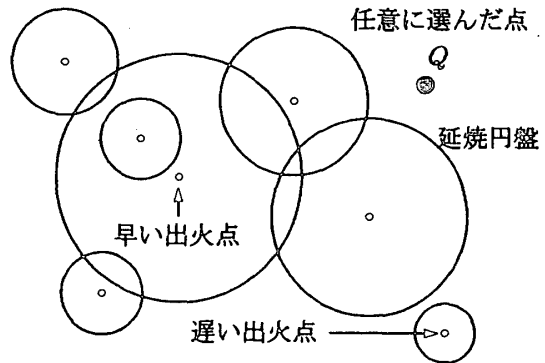


図1 空間ポアソン分布に従う出火点からの延焼。

3. 定式化

3.1 異なる延焼円盤半径の導入と焼失率の計算

まずは n 種類の延焼円盤を考え

$$\rho_j = (\text{半径 } r_j \text{ の円盤の中心点の密度}) \quad (2)$$

を定義する($j = 1, 2, \dots, n$)。全体での点の密度は $\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n$ である。このとき任意に選んだ点 Q が時刻 $t_j = r_j/v$ に発生した火災によっては燃やされていない確率は、半径 r_j の円盤に点 Q が含まれない確率に他ならない：

$$p(0, \pi r_j^2) |_{\rho = \rho_j} = e^{-\rho_j \pi r_j^2} \quad ((1) \text{より}). \quad (3)$$

したがって、 Q がどの半径の火災によっても燃やされていない確率は次式の通りに計算される：

$$\prod_{j=1}^n p(0, \pi r_j^2) = e^{-\pi \sum_{j=1}^n \rho_j r_j^2}. \quad (4)$$

このとき焼失率(Q が燃えてしまっている確率) q は、その余事象に対応するから、次式で表される：

$$q = 1 - e^{-c}, \quad \text{ただし } c = \pi \sum_{j=1}^n \rho_j r_j^2. \quad (5)$$

3.2 円盤半径 R の確率密度関数 $g(r)$ の導入

ここでは円盤半径 R が連続な確率密度関数

$$g = g(r) \quad (r_{\min} \leq r \leq r_{\max}) \quad (6)$$

を持つものとする。区間 $[r_{min}, r_{max}]$ を n 等分し $\Delta r = (r_{max} - r_{min})/n$ を定義する(n は十分に大きい整数とする)。そして $r_j = j \cdot \Delta r$ としよう。このとき

$$\text{Prob.}\{r_j \leq R \leq r_{j+1}\} \simeq g(r_j)\Delta r \quad (7)$$

であるから、円盤半径 $r_j \leq R \leq r_{j+1}$ に対応した中心点の密度は $\rho_j \simeq \rho g(r_j)\Delta r$ と表される。これを(5)の c に代入すると

$$c \simeq \pi \sum_{j=0}^n r_j^2 \rho g(r_j)\Delta r \quad (8)$$

を得る。ここで $n \rightarrow \infty$ なる極限操作を行うと、(9)の右辺の総和はリーマン積分に帰着する。

こうして、延焼円盤の半径 R が確率密度函数 $g(r)$ をもつ場合には、(5)の c が

$$c = \pi \rho \int_{r_{min}}^{r_{max}} r^2 g(r) dr = \pi \rho \langle R^2 \rangle \quad (9)$$

と表されることが判明した($\langle R^2 \rangle$ は R^2 の期待値)。

3.3 火災発生時刻 U の分布による R の分布の導出

地震発生時を時刻ゼロとするときの、時刻 t における延焼円盤の半径 R の分布を手に入れたい。そのために、まず火災発生時刻 U の確率密度函数を

$$f = f(u) \quad (0 \leq u \leq u_{max}) \quad (10)$$

と導入する。累積分布は $F(u)$ で表そう。この分布は全ての火災発生点に共通のものとする。

さて、時刻 U で発生した火災の半径は時刻 $t(\geq U)$ には

$$R = v(t - U) \quad (11)$$

となっている。求めたいのは R の確率密度函数である。 R の定義域は、(i) $0 \leq t \leq u_{max}$ のとき $0 \leq r \leq vt$ であり、(ii) $u_{max} < t$ のとき $v(t - u_{max}) < r \leq vt$ である。(11)を U について解くと $U = t - R/v$ だから、 U が $t - r/v$ 以上ならば $R \leq r$ が成立する。したがって、半径 R の累積分布函数は次式の様に計算できる：

$$G(r) = \text{Prob.}\{t - \frac{r}{v} \leq U\} = 1 - F(t - \frac{r}{v}). \quad (12)$$

これを微分すると確率密度函数を得る：

$$g(r) = \frac{1}{v} f(t - \frac{r}{v}). \quad (13)$$

2乗の期待値を R の定義域に注意しつつ求めると次式に帰着する：

(i) $0 \leq t \leq u_{max}$ のとき

$$\begin{aligned} \langle R^2 \rangle &= \int_0^{vt} r^2 g(r) dr \\ &= v^2 \int_0^t (t-u)^2 f(u) du; \quad (14) \end{aligned}$$

(ii) $u_{max} < t$ のとき

$$\begin{aligned} \langle R^2 \rangle &= \int_{v(t-u_{max})}^{vt} r^2 g(r) dr \\ &= v^2 \int_0^{u_{max}} (t-u)^2 f(u) du. \quad (15) \end{aligned}$$

4. 火災発生時刻 U が指数分布にしたがう数値例

発生時刻 U に指数分布を仮定する($u_{max} = \infty$)：

$$f(u) = \lambda e^{-\lambda u} \quad (0 \leq u). \quad (16)$$

このとき(14)で $\langle R^2 \rangle$ を算出し(9)に代入したものを $c(t)$ として整理した：

$$c(t) = \pi \rho v^2 \left\{ t^2 - \frac{2t}{\lambda} + \frac{2(1 - e^{-\lambda t})}{\lambda^2} \right\}. \quad (17)$$

焼失率を時刻の函数として記しておく：

$$q(t) = 1 - e^{-c(t)}. \quad (18)$$

勿論 q は t 、 ρ 、 λ の増加函数である。

数値例を与えて函数 $q(t)$ を描いてみる。まず延焼速度は $v = 0.25$ m/分とし(阪神・淡路の場合に対応)、 $\rho = 1 \times 10^{-6}$ 点/m²とする(神戸の震災の場合、山岳部を考慮するとこのオーダーとなる)。 λ は2節の10日間のデータに基づいて最尤推定を行うと $\lambda = 0.000417$ 分⁻¹となるので、簡単に $\lambda = 4 \times 10^{-4}$ 分⁻¹としよう。この設定で $q(t)$ を描いたのが図2の上部の曲線である。出火点密度を $\rho = 0.5 \times 10^{-6}$ 点/m²と半分にする、下部の曲線を得る。出火点対策が延焼面積の削減に大きな効果を持つであろうことが理解できる。

現実の延焼面積の時系列データによる検証が課題である。

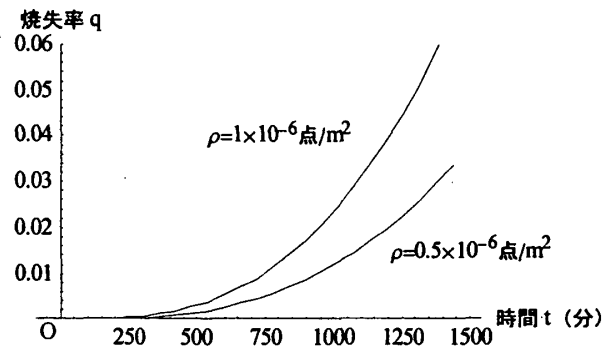


図2 焼失率 $q(t)$ ($v = 1$ m/分, $\lambda = 4 \times 10^{-4}$ 分⁻¹)。

5. 参考文献

- [1] 青木義次(1987): 都市火災拡大の一次元離散型確率モデル—都市火災拡大の確率論的分析研究その1—, 日本建築学会計画系論文報告集, 第381号, pp.111—121.
- [2] 石井儀光・腰塚武志(1998): 同時多発火災における直線的避難距離の分布に関する理論的考察, 都市計画論文集, pp.331—336.
- [3] 堀内三郎(1994): 新版建築防災, 朝倉書店.