

競合状態の下での 施設配置問題

申請中	大阪大学	*宇野 剛史	UNO Takeshi
01005194	大阪大学	石井 博昭	ISHII Hiroaki
	大阪大学	斎藤 誠慈	SAITO Seiji
01013344	神戸芸術工科大学	大角 盛広	OSUMI Shigehiro

1 はじめに

最適施設配置問題の一分野である競合施設配置問題の研究は, Hotelling[1] を先駆者として発展してきた. このような施設配置問題では, 施設-需要者間の距離が問題の主な評価基準として考察されてきた. この距離に加えて施設のレベルを考慮したモデルとしては, Karkazis[2] の論文が挙げられる. また, 競合施設配置問題の一分野である交互施設配置問題の研究の中では, Stackelberg 均衡を扱ったものとして, Hakimi[3], Drezner[4], Miller, Friesz, and Tobin[5] が挙げられる.

本研究では, 施設の勧誘力を距離とレベルの関数として需要者への影響を考慮することにより, 施設のレベルの概念を導入した. そして, 平面上で競合する2企業が交互に施設を配置する状況の下で, 利得最大化を目的とする問題について考察した.

次に, 上記の競合施設配置問題を以下のように発展させる. この問題では顧客の欲求は施設のサービスを受けることに限定していた. しかし, 配置する施設が遊興施設などの場合, 騒音・悪臭やその施設付近の風紀低下などをもたらすことがある. このような場合, 顧客は施設のサービスを受けたい一方で施設を嫌うことが考えられる. 本研究ではこの事を踏まえて, 施設配置問題を利得以外の目的も考慮に入れた多目的問題に拡張する.

2 モデルの構築と定式化

平面 G 上で時刻 $t = 0, 1, 2, \dots$ のもとに2企業が交互に施設を配置する状況において, 先手企業を A , 後手企業を B とする. 初期状態 $t = 0$ では, どの企業の施設も存在しない状態とし, t : odd では企業 A が, t : even では企業 B が施設を配置する手番が回ってくる

ものとする. 本研究では手番が回ってきたとき, 各企業は1つの新規施設の建設 (あるいは, どこにも建設しない) のみ行動可能とする. また, 時刻 T において企業 A, B の施設配置が終了する場合の最適配置について考察している.

平面 G 上において, $S_j \subset G, j = 1, \dots, J$ を顧客の存在する需要領域とする. 各需要領域には施設を利用する顧客が存在し, 領域 S_j 上の顧客が平面上の施設全体に費やす購買力を q_j とする. 一方, $V_i \in G, i = 1, \dots, I$ を施設配置可能点とする. 本研究では, 1つの施設配置可能点には高々1つの施設のみ配置可能とする. また, d_{ij} を点 V_i 上の施設と需要領域 S_j 間の距離とし, 点-領域間の距離を平均距離 [6] で与えるものとする.

次に, L_i を点 V_i における施設のレベルの上限とすることにより, 点 V_i 上で企業 A が所有する施設のレベル $l_A^i(t)$ を

$$l_A^i(t) = \begin{cases} 0 & \text{企業 } A \text{ の施設は存在しない} \\ l & \text{レベル } l \text{ の企業 } A \text{ の施設が存在} \end{cases} \quad (l = 1, \dots, L_i)$$

で与える. 同様に $l_B^i(t)$ を点 V_i 上で企業 B が所有する施設のレベルとする. なお, 本研究では問題の途中で既に建設した施設のレベルを向上させることは考慮しない. 距離とレベルを与えることにより, 関数 $\mu(l_A^i(t), d_{ij})$ で領域 S_j 上の顧客に対して点 V_i 上に企業 A が所有する施設の勧誘力を与える. ここで, 勧誘力関数 $\mu(l_A^i(t), d_{ij})$ は, レベル $l_A^i(t)$ について単調非減少, 距離 d_{ij} について単調非増加である. この勧誘力によって各需要領域から獲得する利得が決定されるものとする.

さらに, 施設に伴うコストとして, $s_A^i(l_A^i(t))$ を施設の維持コストとし, 時刻 t における施設のレベルの変化 $\Delta l_A^i(t) = l_A^i(t) - l_A^i(t-1)$ を与えることにより, $F_A^i(\Delta l_A^i(t))$ を施設の建設コストとする.

以上を基に、競合施設配置問題における利得最大化問題を定式化する。企業 A, B の勧誘力 $a_j(t), b_j(t)$ を

$$a_j(t) = \alpha \sum_{i \in I} \mu(l_A^i(t), d_{ij}) + (1 - \alpha) \max_{i \in I} \{\mu(l_A^i(t), d_{ij})\}$$

$$b_j(t) = \alpha \sum_{i \in I} \mu(l_B^i(t), d_{ij}) + (1 - \alpha) \max_{i \in I} \{\mu(l_B^i(t), d_{ij})\}$$

で与える。ここで、 $\alpha \in [0, 1]$ は定数とする。各需要点の購買力が各企業の勧誘力により比例配分されると仮定すると、時刻 t における企業 A の利得 $r_A(t)$ は

$$r_A(t) = \sum_{j \in J} q_j \cdot \frac{a_j(t)}{a_j(t) + b_j(t)} - \sum_{i \in I} \{s_A^i(l_A^i(t)) + F_A^i(\Delta l_A^i(t))\}$$

で与えられる。よって、定数 $\beta \in [0, 1)$ を与えることにより、企業 A の全利得最大化問題は以下のように定式化できる。

$$P_1: \quad \max \quad \sum_{t=1}^T \beta^{t-1} r_A(t) + \frac{\beta^T}{1-\beta} \cdot r_A(T)$$

$$s.t. \quad l_A^i(t) + l_B^i(t) \leq L_i, \quad l_A^i(t) \cdot l_B^i(t) = 0,$$

$$l_A^i(t) \geq 0, \quad l_B^i(t) \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

企業 B についての利得最大化問題も問題 P_1 と同様に定式化できる。

3 多目的問題への拡張

次に、施設配置問題 P_1 を多目的問題に拡張する。顧客が施設を嫌う理由としては、前述のように騒音・悪臭やその施設付近の風紀低下などが考えられる。このような場合、施設の影響力は勧誘力と同様に施設の距離とレベルに基づくと考えられる。よって、問題 P_1 で用いた施設の勧誘力と同じく、嫌悪に関する影響力を距離とレベルの関数 $\bar{\mu}(l_A^i(T), d_{ij})$ で与える。ここで、影響力関数 $\bar{\mu}(l_A^i(t), d_{ij})$ は勧誘力と同様に、レベル $l_A^i(t)$ について単調非減少、距離 d_{ij} について単調非増加である。また、 \bar{q}_j を顧客が施設・企業に与える単位影響力あたりの圧力と置く。

問題 P_1 と同様に企業 A, B が施設を配置し、時刻 T において企業 A, B の施設配置が終了したとすると、各

企業が配置した施設全体に対する圧力最小化問題は以下のように定式化できる。

$$P_2: \quad \min \quad \sum_{j \in J} \bar{q}_j \{ \bar{\mu}(l_A^i(T), d_{ij}) + \bar{\mu}(l_B^i(T), d_{ij}) \}$$

$$s.t. \quad l_A^i(t) + l_B^i(t) \leq L_i, \quad l_A^i(t) \cdot l_B^i(t) = 0,$$

$$l_A^i(t) \geq 0, \quad l_B^i(t) \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

問題 P_1 と P_2 を組み合わせた多目的問題を P とすると、問題 P は企業・顧客の双方の立場を考慮した施設配置問題となっている。問題 P の解は、問題 P_1, P_2 のパレート最適解を求めることにより導出される。

4 おわりに

P_1, P_2 , 及び P の解法等については当日の発表で述べる予定である。

なお本研究は、文部省科学研究費補助金（番号 10205216）特定領域研究 (B)(2) の援助を受けたものである。

参考文献

- [1] H.Hotelling: "Stability in Competition", The Economic Journal, Vol.30, pp.41-57 (1929).
- [2] J.Karkazis: "Facilities Location in a Competitive Environment: A Promethee Based Multiple Criteria Anayrsis", European Journal of Operational Research, Vol.42, pp.294-304 (1989).
- [3] S.L.Hakimi: "On Locating New Facilities in a Competitive Environment", European Journal of Operational Research, Vol.12, pp.29-35 (1983).
- [4] Z.Drezner: "Competitive Location Strategies for Two Facilities", Regional Science and Urban Economics, Vol.12, pp.485-493 (1982).
- [5] T.C.Miller, T.L.Friesz, and R.L.Tobin: "Equilibrium Facility Location on Networks", Springer (1996).
- [6] 岡部 篤行, 鈴木 敦夫: 『最適配置の数理』, 朝倉書店 (1992).