

水運用計画問題の階層化と対話型多目的計画法の利用

○加藤 博光 栗栖 宏充 瀬古沢 照治
(株)日立製作所 システム開発研究所

Layered Architecture of the Water Supply Planning Problem and Utilization of Interactive Multi-objective Programming

○Hiromitsu KATO Hiromitsu KURISU Teruji SEKOZAWA

Systems Development Laboratory, HITACHI, Ltd.
1099 Ohzenji, Asao-ku, Kawasaki 215-0013, JAPAN
E-mail: {hkato,kurisu,sekozawa}@sdl.hitachi.co.jp

Abstract: Recently, we have developed a prototype system to support decision making in water supply scheduling. To help the waterworks operators understand the conflicting points, we summarize whole large-scale problem for easy decision making. We make an user interface to manipulate the trade-off analysis for daily intake flow. In this stage, we utilize the interactive multi-objective programming. After the trade-off decision, the results are passed to the minimum cost flow solver for large-scale supply planning. Before starting up the solver, it is necessary to prepare a set of cost parameters. In our system, the parameters are generated automatically based on the daily plan. As a result, the proposed method can make an applicable schedule, reflecting the user's aspiration.

Key Words: waterworks, decision making, multi-objective programming, trade-off

1 はじめに

水道は日常生活に欠かすことのできないライフラインの一つであり、限りある水資源を有効に、かつ、効率よく配分することは社会的に重要な業務となっている。この業務を水運用と呼び、特に水道ネットワークにおいて、一日の取水量、浄水量、及び配水池貯水量を計画する問題を水運用計画問題と呼ぶ。このように貯留点を有するネットワーク輸送問題に対して、多層状の拡張ネットワークモデル(以後、多層ネットモデル)において最小費用流問題に帰着する手法がある[1]。ここで費用(コスト)は数理的なモデリングのための概念で、実際に水の輸送にかかるコストである必要はない。経済性だけでなく安全性も考慮しながらグラフ上の各アークに対してコストを設定する作業は難解となり、実際には適当に値を設定しては最適化計算を行い、計画結果を理想的な計画と比べながら試行錯誤的にコストをチューニングすることになる。また、最小費用流問題のような単一目的関数の下での最適化では、定式化した時点で解は暗に決まってしまうので、満足解を得るに

は事前にうまくモデリングを行なう必要がある。さらに、予めモデルを完成できても、計画時の多様な要求に対応させて解を修正することは依然困難である。このような問題点を克服するために、複数の目的関数を持つ多目的計画問題として定式化するアプローチが考えられる。この場合、意思決定者の選好情報を希求水準(aspiration level)という形で対話的に引き出し、希求水準にできるだけ近いパレート解を求める対話型多目的計画法が提案されている[2]。

ところが、多層ネットモデルにおいて水運用をそのまま多目的計画問題として定式化すると、問題が非常に大規模になり、従来解法として応用してきた多段プライマル法[3]を利用することもできなくなるため、計算量が膨大になる。さらに、運用指針をうまくモデリングすることが大規模になればなるほど困難になる。同時に、対話型多目的計画法によりトレードオフ分析を行なう際にトレードオフに対する感度が0にならないように十分注意して目的のモデリングを行なう必要がある。

本稿では、以上のような問題点を解決するために、水運用において一般には目的として考えられている

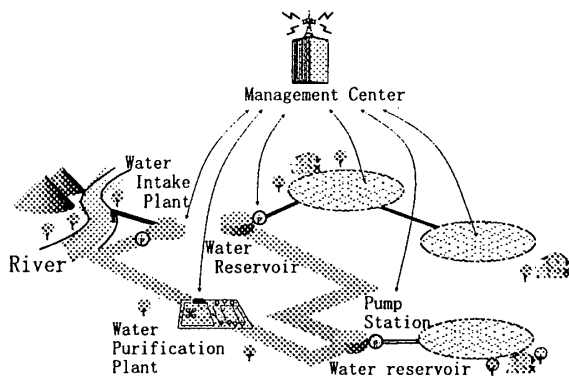


図 1: 水道システムの概要図

配水池水位回復条件を制約化する．これにより大規模な水運用計画問題を，日量計画を行なう概要レベルと，時間毎の流量・貯水量を計画する詳細レベルとに階層化し，それぞれのレベルで問題を独立に解くことにする．これにより，概要レベルの計画結果を基にして多層ネットモデルにおけるコストを自動生成し，従来のように最小費用流計算により詳細計画を得る手法を提案する．

以下，第 2 章では水運用計画の概要を述べる．第 3 章では，概要レベルと詳細レベルに階層化できることの妥当性を述べ，それぞれのレベルでの解法を示す．第 4 章では，実在する水道ネットワークのデータを用いて，開発したプロトタイプの意味決定支援画面例と計画立案実験結果を評価し，本提案手法の有効性を示す．

2 水運用計画問題の概要

上水道は，取水場や浄水場などのプラントを運用しながら管路ネットワークを通じて需要者に配水するシステムである (Fig. 1)．このとき水の流れは，流量や圧力を監視しながらポンプやバルブによって制御される．需要量は人々の生活のリズムや気温，天候とともに時々刻々，日々変動する一方で，取水ポンプや浄水場は，施設能力や水利権などの理由から，毎時間一定量を導送水することが望まれている．この変動する需要量と，一定に生産される浄水量の間を調節するバツファの役割を負っている施設が配水池である．よって，配水池は時々刻々その水位を変動させながら送配水を行なうことになる．

このような水道システムの運用に当たって指針となるのは，通常

- 各配水池の水位を早朝に回復する

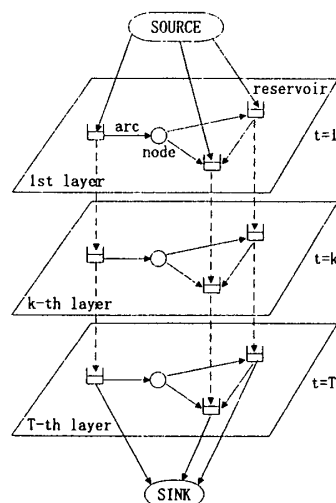


図 2: 多層ネットモデル

- 流量平滑化対象管路の流量変動を最小限に止める

である．以後，これらの要求を満足するための計画立案手法について議論する．

3 提案手法

3.1 水運用計画問題の階層化

水運用計画における基礎方程式は流量保存則である．水系を，浄水場や配水池 (n_R 個) 及び分岐点 (n_J 個) をノード，管路 (n_P 本) をアークとするグラフによって表現する．ノードに対するインデックスを i ，管路に対するインデックスを j ，時刻 t におけるノード i の貯水量を $v_i(t)$ ，アーク j の流量を $x_j(t)$ とすると，流量保存の関係式は

$$v_i(t) - v_i(t-1) = \sum_{j \in N_i^I} x_j(t) - \sum_{j \in N_i^O} x_j(t) - d_i(t) \quad (1)$$

となる．ここで N_i^I はノード i に流入するアークのインデックス集合， N_i^O はノード i から流出するアークのインデックス集合， $d_i(t)$ はノード i における時刻 t での需要量を表す．

ここで，ネットワークを時間毎に層状に重ね，層間のアークで貯水量 $v_i(t)$ を表現すると，時間変化も含めた拡張ネットワーク全体を一つの閉じたネットワーク (図 2: 多層ネットモデル) として扱うことができる．このとき $v_i(t)$ はアークの流量変数 $x_i(t)$ と等価であり，式 (1) は

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t-1) + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) = \mathbf{b}(t) \quad (2)$$

と書き直すことができる。ただし、 $m = n_R + n_J$ 、 $n = n_R + n_P$ として、

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_2(t) = \begin{pmatrix} I & A_R \\ 0 & A_P \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \quad (5)$$

$$\mathbf{b}(t) = (-d_1(t), -d_2(t), \dots, -d_m(t))^T \quad (6)$$

であり、 I は配水池間を結ぶ層間のアークを意味する n_R 次元単位行列、 A_R は配水池に流出入する管路を表す接続行列、 A_P は配水池以外の分岐点に流出入する管路を表す接続行列である。

ここで、配水池貯水量の回復条件は、式(1)の t の単位時間を1日とみなすと、 $v_i(t-1) = v_i(t)$ と表されるので、式(1)は

$$\sum_{j \in N_I^t} x_j(t) = \sum_{j \in N_O^t} x_j(t) + d_i(t) \quad (7)$$

となり、日量計画立案時に配水池も他の分岐点と同様に扱うことで、配水池水位回復条件を制約式に埋め込むことができる。ただし、取水点や受水点からの水の供給は需要を満たすために必要なので、これら大きな配水池と考えられるノードはソースとシンクとで結ばれている。よって日量計画は一層のみの多層ネットモデルの下で立案するものと考えられ、計画変数の数を大幅に削減することができる。

しかし、このように時間変化を考慮しないと、貯水量を配水池間で融通し合う配水池運用や、管路流量の時間変化をできるだけ少なくする流量平滑化を計画することができなくなってしまう。

そこで日量計画をベースとした詳細計画の立案を試みる。このとき次の事実を有効活用する。

1. 各配水池まわりの流出入量が日量計画と同等であれば配水池水位は回復する
2. 配水池まわりの管路が流量平滑化対象となる

前者は日量計画の流れを保存すれば $v_i(t-1) = v_i(t)$ となることから明らか。後者は、流れを制御する施設であるポンプやバルブが配水池や取水点まわりにあるためである。よって、平滑化対象管路に対して日量計画から算出した時間平均値を一定値とする流れが最小費用流となるようにコストを設定することにより、従来手法を用いて配水池水位回復と流量平

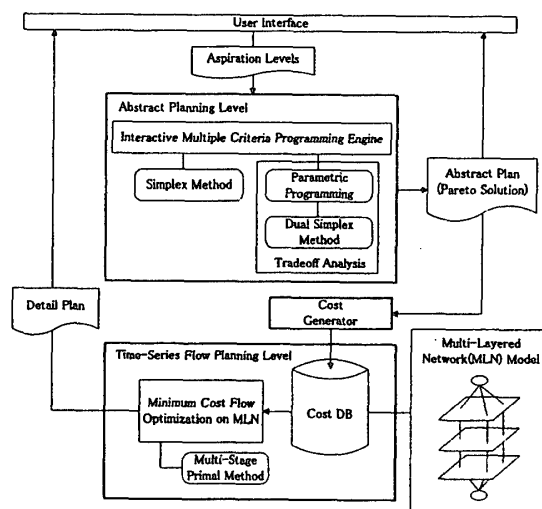


図 3: 概要レベルと詳細レベルに階層化された計画システム概要図

滑化を共に満足する詳細計画を立案することができる(図3)。概要レベルで計画者が対話的に希求水準を入力して満足解を見出すことにより、計画者の意思を反映した計画を柔軟に作成することができる。

3.2 概要レベルにおける多目的計画法

日間の管路流量 \mathbf{X} と需要量 \mathbf{D} を

$$\mathbf{X} = \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{x}(0) + \sum_{t=1}^T \mathbf{b}(t) \quad (9)$$

とすると、日間での流量保存則は式(2)を簡略化して

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{X} = \mathbf{D} \quad (10)$$

となる。

このとき水源からの取水量を概要レベルの目的とし、評価としては水資源の有効活用という観点から少ないほど望ましいと最適性を定義する。よって注目する取水管路 $i \in N_{obj}$ の日間取水量 X_i に対して、目的関数は単に

$$f_i(\mathbf{X}) = X_i \quad (11)$$

となる。ここで目的関数と希求水準の距離を正規化するためのファクタ w_i は理想点 f_i^* と最悪点 f_{i*} を用いて

$$w_i = \frac{1}{f_{i*} - f_i^*} \quad (12)$$

とするのが常套手段である。最適化計算によって f_{i^*}, f_i^* を求める場合もあるが実用上非効率なので、ヒューリスティックに考えられる理想点と最悪点

$$f_i^* = 0 \quad (13)$$

$$f_{i^*} = U_i - L_i \quad (14)$$

を用いることにする。ただし U_i および L_i はそれぞれ管路 i の日間運用上限値および下限値である。

よって多目的計画法における補助的 min-max 問題 [2] は

$$\begin{aligned} z + \alpha \sum_{i \in N_{obj}} (X_i - \bar{X}_i) / (U_i - L_i) &\rightarrow \min. \\ \text{s.t. } X_i - (U_i - L_i)z &\leq \bar{X}_i \quad (\forall i \in N_{obj}) \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{X} &= \mathbf{D} \\ \mathbf{L} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{U} \end{aligned} \quad (15)$$

のようになる。ここで \bar{X} は希求水準ベクトルである。

k 回目に提示される解 $\mathbf{X}^{(k)}$ に対する目的関数 $\mathbf{f}^{(k)}$ のうち $f_q^{(k)}$ ($q \in N_{imp}$) を改善したいと計画者が思ったとする。このとき新たに希求水準 \bar{f}_q を入力してもらい、 $\Delta f_q^{(k)} = \bar{f}_q - f_q^{(k)}$ としてパラメトリック線形計画問題

$$\begin{aligned} z &\rightarrow \min. \\ \text{s.t. } X_q &\leq X_q^{(k)} + \theta \Delta f_q^{(k)} \quad (q \in N_{imp}) \\ X_i - (U_i - L_i)z &\leq X_i^{(k)} \quad (i \in N_{obj} \setminus N_{imp}) \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{X} &= \mathbf{D} \\ \mathbf{L} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{U} \end{aligned} \quad (16)$$

において $\theta = 1$ となるまで Pareto 曲面をたどることにより $\mathbf{X}^{(k+1)}$ が提示される [2]。以上のようにして対話的に日間取水量を計画することができる。

3.3 詳細レベルにおける多段プライマル法

式 (2) を時刻 1 から T まで積み重ねるとき、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 & & & & & \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & & & & \\ & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & & & \\ & & & \dots & \dots & \\ & & & & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T))^T \quad (18)$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{x}(0) + \mathbf{b}(1), \mathbf{b}(2), \dots, \mathbf{b}(T))^T \quad (19)$$

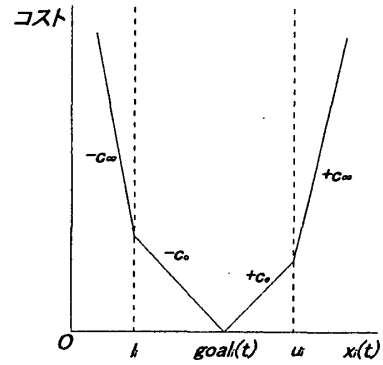


図 4: 自動生成されるコスト関数

とすると、

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (20)$$

として流量保存の関係を定式化できる。

今、平滑化対象管路 i について概要レベルで日間流量が X_i と計画されたとし、一日のうち管路使用可能時間が T_i^e であるとする。ここで、管路使用可能時間は運用上下限の範囲内で自由に水が流れる時間の和であり、管路使用不能時間は点検やポンプ停止により流れがなくなる時間の和である。このとき定義より

$$X_i = \sum_{t=1}^T x_i(t) \quad (21)$$

である。理想的に流量平滑化がなされると管路使用可能時間内では流量が一定に保たれるので、一定流量を x_e とすると

$$x_e = X_i / T_i^e \quad (22)$$

となる。よって、時間毎の目標流量を

$$goal_i(t) = \begin{cases} x_e & (t: \text{管路使用可能時間}) \\ 0 & (t: \text{管路使用不能時間}) \end{cases} \quad (23)$$

と設定し、この流れが最小費用流となるように図 4 のようにコスト関数を自動生成する。

このとき、水運用は最小費用流問題

$$\begin{aligned} z &= \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n c_i x_i(t) \rightarrow \min. \\ \text{s.t. } \mathbf{Ax} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{l} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (24)$$

として定式化される。このとき使用する変数を整数に限定すると、基底分解法と解の整数性を利用した多段プライマル法 [3] により高速に解を求めることができる。

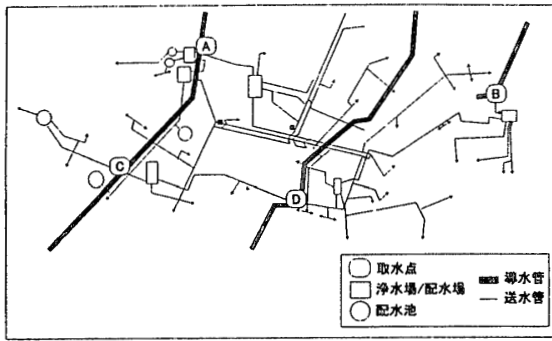


図 5: 性能評価に用いた水道ネットワーク

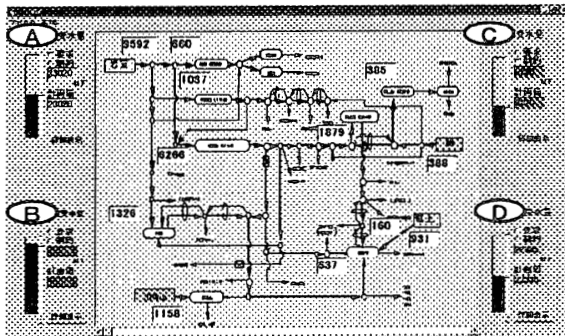


図 6: 初期の計画画面例

4 実験結果

本提案手法を検証するために、実在する水道システムのデータ (1層当たりアーク数 79, ノード数 48, 配水池 11, 取水点 4, 計画時間 24) を用いて計画立案を行なった。水系図を図 5 に示す。

<4.1> プロトタイプの実動作

まず、実装したプロトタイプの実用例を、概要レベルのユーザインターフェースの画面を用いて説明する。ここで、目的関数は 4 つある取水点 (図 5 中 A ~ D) からの取水量である。今、渇水対策のために C からの取水量を 0 にしたいと計画者は思っているとする。そこで初期の希求水準として、取水点 C

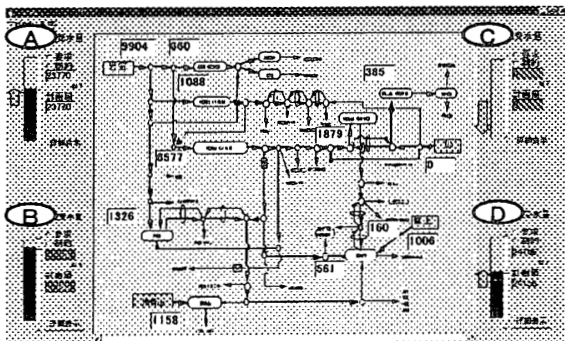


図 7: トレードオフ後の画面例

に対する希求水準を 0 と設定したとする。他の取水点についてもある程度取水量を抑えたいという要望があるので、取水点 A が 200,000 トン以下、取水点 B が 24,000 トン以下、取水点 D が 15,000 トン以下と希求水準を設定した。この設定に対する計画結果を図 6 に示す。図中の四隅に記した○内の記号が取水点の記号を表し、棒グラフが対応する取水点からの取水計画量を表している。ここで、この初期の計画結果では他の希求水準も厳しかったため、取水点 C からの取水量を 0 にしたいという要望が達成できていないことに、計画者は不満を持ったとする。この場合、取水点 C に対して希求水準を再度 0 と設定し、他の取水点からの取水量増加と引き換えに目標を達成するトレードオフ分析を行なう。トレードオフ結果を図 7 に示す。トレードオフの結果、取水点 C の取水量を 0 にしたいという要求は、取水点 A と取水点 D の取水量を増加することと引き換えに達成することができた。このように、対話型多目的計画法を用いることにより、計画結果に不満があった場合にも適宜希求水準を設定し直すことで、柔軟にトレードオフ分析を行なうことができる。

<4.2> 計画結果の定量的評価

次に、次の 3 種類の計画手法の間でシミュレーション結果を定量的に比較した結果を示す。

多段 IP 多段プライマル法と後処理としての平滑化処理を組み合わせた従来手法 [3]

多目的のみ 多層ネットモデルの下に 11 の配水池に対する水位回復目的と 12 の管路に対する流量平滑化目的を設定した多目的計画法

提案手法 概要レベルと詳細レベルに階層化し、多層ネットモデルのコストを自動生成して多段プライマル法を適用する本提案手法

まず計算時間の比較を行なった結果を表 1 に示す。計算機は、CPU として SPECint_base95=4.58 のプロセッサを搭載している PC を用いた。表からも明らかなように、多層ネットモデルのように大規模な問題を汎用的な改訂シンプレックス法で解くと、膨大な計算量を要する。また、大規模な問題で多目的計画法として定式化すると、目的関数も複雑で大規模になってしまう点も計算量の増加につながっていると考えられる。一方、提案手法では、多目的計画法での計算量を大幅に削減し、かつ計算量の少な

表 1: 平均計算時間の比較 (単位は sec)

多段 IP	多目的のみ	提案手法
2.4	393.4	2.7

表 2: 配水池水位回復率の比較 (単位は%)

多段 IP	多目的のみ	提案手法
100	103	100

い多段プライマル法を利用できる形にしているの、計算時間の大幅な削減を実現している。

次に詳細計画立案結果を比較する。多段 IP も共に比較できるようにトレードオフ分析を行わずに詳細計画を立案した。まず配水池水位の回復率を比較する。11 個ある配水池の内、有効貯水量が十分にある 6 個の配水池の初期水位と最終水位の比率の平均値をもって水位回復率と定義した。結果を表 2 に示す。表より、試行錯誤や明示的目的関数なしに、提案手法でも十分水位回復を実現できることを見取れる。

流量の平滑化については、全部で 12 ある平滑化対象管路それぞれの平均平滑化率 (avg.) と最大平滑化率 (max.) の内、最悪値を表 3 に示す。ただし平滑化率は、平均流量に対する各時間流量の絶対偏差率とする。多層ネットモデルにおいて明示的に流量平滑化を目的とした「多目的のみ」の場合、計算時間を十分費やすことによって最適解まで到達できたものと考えられる。「多段 IP」では、優先順位に従って順次平滑化処理を行なうため [3]、優先順位の低い管路では若干平滑化率が悪いところが見られた。

以上の実験結果により、提案手法を用いることにより、計画者の要望を反映した運用案を迅速かつ柔軟に作成することができると言える。

5 まとめ

本稿では広域水運用計画への対話型多目的計画法の応用について考察した。運用計画上の目的の一つである配水池水位の回復を制約化することにより、計画問題を日量を扱う概要レベルと時間量を扱う詳細レベルに階層化できることを利用した。さらに、概要レベルの流れを保存し、流量平滑化条件も満足

表 3: 流量平滑化率の比較 (単位は%)

多段 IP		多目的のみ		提案手法	
avg.	max.	avg.	max.	avg.	max.
1.22	8.54	0.00	0.00	1.22	2.58

する流れが最小費用流となるように多層ネットモデルのコストを自動生成する手法について述べた。

本提案手法を用いることにより、以下のような改善事項が確認された。

1. 事前にモデルパラメタのチューニングを行なうことなく、計画立案者の選好に合ったパラメタを動的に生成できるようになった。
2. 概要レベルと詳細レベルに分割してそれぞれ独立に定式化することにより、計算量を大幅に削減し、計算時間を短縮した。
3. 自動生成されたコストの下での最小費用流は、実運用上の目標を十分満たし得るものであった。

今後は、配水池水位の同レベルへの回復のみでなく、初期条件に依存せずに目標レベルに回復できるような、より現実の運用制御に適した手法へと改良を加えていく。

参考文献

- [1] 志水：システム最適化理論，コロナ社，pp.392-397 (1976)
- [2] H. Nakayama: Satisficing Trade-off Method for Multiobjective Programming, in M. Grauer and A.P. Wierzbicki (eds.): *Interactive Decision Analysis*, Springer-Verlag, pp.113-122 (1984)
- [3] 栗栖，西谷，館，安達：数理計画法とヒューリスティック法を組み合わせた動的配分計画技法の上水道運用計画問題への適用，計測自動制御学会論文集，Vol.30, No.2, pp. 198-207 (1994)
- [4] M. Iri: Network Flow, Transportation and Scheduling, *Theory and Algorithm*, Academic Press, pp.28-74 (1969)
- [5] A. Lewandowski and A. P. Wierzbicki: Decision Support Systems using Reference Point Optimization, *Aspiration based Decision Support Systems*, Springer-Verlag, pp.3-20 (1989)
- [6] H. Kato et al.: Interactive Multiple Objective Decision Method for Water Supply Scheduling in Hybrid Network Models, *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp.II-552-II-557 (1999)