

## 制約論理プログラミングの探索手法と対話型スケジューリング ～乗務員スケジューリングへの適用～

01207440 (財) 鉄道総合技術研究所 坂口隆 TAKASHI Sakaguchi

### 1. はじめに

企業で実際に行われているスケジューリングにおいては付加制約によって数理計画問題としての定式化が困難な場合が多い。そのような問題に対し以前はノウハウをルール化したエキスパートシステムの手法の適用が試みられ、また最近ではGA等の確率的探索のアプローチがなされているが、集合分割問題に帰着するような厳しい問題にはこれらの発見的手法もほとんど通用しない。さらに、実問題では予見できない局所的な要求が多々発生する。

筆者らは実問題に対する制約論理プログラミング<sup>[1]</sup>の有効性に注目し、制約伝播による制約解消を用いた探索アルゴリズムを開発した<sup>[2]</sup>。このアルゴリズムの特徴は改善解を求める際に直前で求めた解の「近傍」を部分探索することである。この探索手法によって探索効率が向上するだけでなくユーザの意図する要求に対応した解を段階的に作成できるような対話型の自動作成システムを構築できることが分かった。この手法をJRの乗務員スケジューリングの一つである乗務員交番作成に適用し、草案から最終的な微調整の段階に至る工程をユーザ要求に従って段階的にスケジュール案を作成する乗務員交番作成システムを開発した。

### 2. 制約論理プログラミングの探索手法

#### 2.1 制約論理プログラミング

制約論理プログラミングは問題を制約式（不等式や論理式など）の集合として記述する。組み合わせ最適化問題では式をドメイン変数と呼ばれる変数を用いて記述する。ドメイン変数とは変数の採り得る値の集合（ドメイン）を情報として付帯する変数である。プログラムを実行する制約論理システムは、まず制約式を順次評価して変数の依存関係を表す制約グラフを構成する。制約グラフに新たな制約式が

加わると、変数の依存関係に対する無矛盾性のチェックによってそのドメインが縮小され、そのことが新たな制約となって制約グラフ上を伝播して隣接する変数のドメインを連鎖的に縮小する。このような制約伝播によって探索空間を先験的に縮小することができる。大きき1のドメインを持つ変数を実体（インスタンス）といい、全ての変数を実体化したものが充足可能解となる。

#### 2.2 部分解近傍探索法

分枝限定法では制約の付加された充足問題（子問題）を繰り返し解く。提案する探索法は分枝限定法の子問題の探索木を部分探索する、複数の探索フェーズから成る。各探索フェーズでは図1のように探索スポットで示した範囲に含まれる変数については割り当てる値を複数選んで組み合わせ探索を行い、その他の変数については最初に選ばれた値（候補）の割り当てのみを試みる。これによって探索のサイズを探索スポットの底辺の節点数に制限する。ひとつのフェーズの探索に失敗すると次のフェーズでは探索スポットを探索木の下方（図の破線）に移動して探索を続行する。

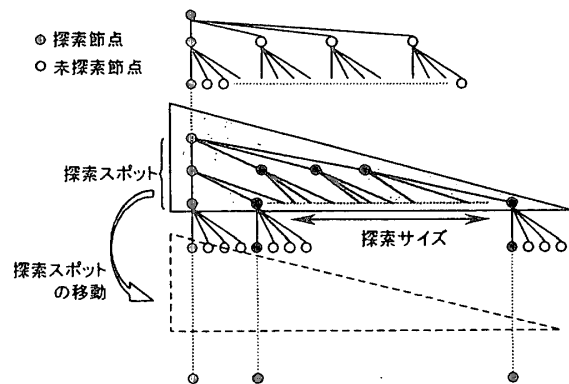


図1: 探索イメージ

求めるドメイン変数  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  に対し、子問題の解を  $x = (v_1^0, v_2^0, \dots, v_n^0)$ 、次の子問題の探索

フェーズ $r$ で最も多くの変数を実体化した節点での部分解を $x^r = \{v_i^r | x_i \text{はインスタンス}\}$ として、探索フェーズ $r+1$ における初期解 $x = (x_1^r, x_2^r, \dots, x_n^r)$ を次のように求める。

$$x_i^r = \begin{cases} x_i^{r-1} & \text{if } x_i \notin x^r \\ v_i^r & \text{if } r=0 \vee x_i \in x^r \end{cases}$$

探索フェーズ $r+1$ のある探索節点で $x_i$ に値を割り当てるとき、まず初期解 $x_i^r$ を試み、これに失敗したら $x_i$ に割り当て可能な値 $v$ を適当に選び、変数 $x_i$ における初期解 $x_i^r$ との割り当て距離 $d(x_i^r, v)$ が小さな値(近傍)から順に割り当てを試みる。なお $d$ は問題に合わせて定義する必要がある。

### 3. 適用

#### 3.1 乗務員スケジューリングへの適用

乗務員には日勤と泊り勤務を合わせて50~100個程度の勤務があり、これを適当な数の休養日を組み合わせ、ひと組数週間の勤務サイクルを何組か構成する。乗務員はサイクル内をローテーションするように勤務する。毎日の全ての列車に過不足なく乗務員が割り当てるため、全ての勤務を過不足なくサイクルに割り当てる必要があり、したがって勤務スケジュールを求める問題(乗務員交番作成)は、個々の勤務と休養日を頂点とした有向グラフに対する固定長サイクル分割問題となる。グラフの辺は連続可能な勤務、休養日、辺の長さは勤務間の所要日数を表す。規定により様々な制約があるが、ほとんどはグラフ上では直接表現できない複雑な制約となる。

一人の乗務員は1ヶ月の間同じ勤務サイクルの上で勤務するので、勤務時間、運転距離、宿泊地、運転区間、特定列車乗務などの点においてサイクル間のバランスがよいスケジュールを作成することが主な目的となる。また、休養日前後の退勤~出勤時間にゆとりを持つことや前回のスケジュールとの類似性も考慮する必要がある。

乗務員交番作成を行うシステムを制約論理プログラミングを用い、前述の探索法を適用して開発した。与えられたグラフの全ての頂点について、各頂点を始点とする辺集合から1個ずつ選んで得られる辺の集合はサイクル分割となる。そこで問題の基本部分は対応するグラフの各頂点の隣接頂点集合をドメインとする変数列 $s_1, \dots, s_n$ に対する制約充足問

題として定式化した。また部分解近傍探索に用いる割り当て距離 $d(u, v)$ は頂点 $u, v$ に対応する勤務の開始時刻の差で定義した。

#### 3.2 対話型スケジューリング

乗務員交番作成では非常に多くの付加的制約と評価要素があるが、それらを一度に満たしかつ最適化するのには非常に困難である。これに対し部分解近傍探索法を適用した結果、初期解として既与の制約が満たされている状態を維持したまま、新たに追加された制約を効率よく解消できた。これにより多くの制約と目的関数を緩和した問題を初めに解きその解を初期解として制約や目的関数を徐々に厳しくしながら段階的に解くアプローチが可能となった。

開発システムの特徴は解の微調整、要求変更に伴う修正も自動作成機能を用いて行えることである。条件を満足した状態を維持しながら解を手動で操作するのは困難であるが、本解法では初期解を元に新たな要求を与えて同様に解けばよい。また上述の $d$ を最小化する目的関数を加え、変更を許可する場所を指定することによって必要最小限の微調整によって要求を満足する解を作成できる。

#### 3.3 適用結果

JRのある区所の乗務員交番表を実際に作成した結果、現行手作業にて作成に1週間程度を要しているのに対し、同レベルの計画案を微調整も含め約1時間で作成できた。このときのグラフの大きさは頂点数135、サイクル数4であった。

### 4. おわりに

開発システムでは制約論理によるアプローチの有効性が確認できた。次に乗務員交番作成の上位計画である乗務行路作成に同手法を適用する予定である。

#### 参考文献

- [1] P.V.Hentenryck, Constraint Satisfaction using constraint logic programming, *Artificial Intelligence* **58** (1992) 113-159.
- [2] 坂口, 野末, 乗務員勤務スケジューリングのCLP解法, 日本応用数学会年會講演予稿集 (1997) 42-43.