

# ラグランジュ分解調整法による複数工場協調スケジューリング

法政大学工学部 \* 久保 宏 KUBO Hiroshi  
01404650 法政大学工学部 西岡靖之 NISHIOKA Yasuyuki

## 1 はじめに

石油精製業界では、既存設備の統廃合による経営効率化のため、異なる企業間で原材料や設備を融通しあうことを現在検討している。個々の企業は独自の指標を用いてスケジューリングを行うため、それらのスケジューリングを協調させる新たな仕組みが必要となる。本研究では、この問題に対して、ラグランジュ乗数による調整機能を利用した複数のスケジューリングの協調方法を提案する。

## 2 対象とする問題

図1は、本研究が対象とする、実際の問題をある程度簡略化した製油所のモデルである。本研究では、協調スケジューリングに着目しているため、現時点ではこのような簡略モデルを用いる。

本研究では、これらの設備をもつA、Bという2つの製油所を対象に、設備の統廃合を行う場合を想定した。まず製油所Aの重油直接脱硫装置を廃棄し、一方で、製油所Bは、南方原油の取り扱いを停止する。設備の統廃合の後、一方が他方の装置を利用する場合、あるいは他方のもつ原材料または半製品を利用する場合、原材料または半製品の搬送は、2つの製油所間をつなぐ1本の搬送用パイプによって行われる。この搬送用パイプは、一時点で1つの品目の搬送しか行えない。

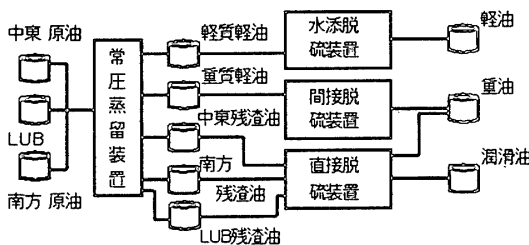


図1: 簡略化した製油所モデル

## 3 定式化

本研究では、タイムバケットを1日とし、石油成分の比率を既知と仮定することで、2つの製油

所のスケジューリング問題を以下のような混合整数計画問題として定式化した。

$$\min \sum_k \sum_t \sum_j g_{jt}^k \quad (1)$$

s.t.

$$v_{i,t} = v_{i,t-1} + \sum_k \left( \sum_j \delta_{jt}^k \alpha_{ijt}^k - O_{it}^k \right), \forall i, t, k \quad (2)$$

$$v_{it} \leq SU_i, \forall k, i, t \quad (3)$$

$$v_{it} \geq SL_i, \forall k, i, t \quad (4)$$

$$\sum_k \sum_j \delta_{jt}^k M_{jm}^k \leq 1, \forall m, t \quad (5)$$

$$g_{jt}^k \geq \left( \delta_{jt}^k - \delta_{j,t-1}^k \right) \epsilon_j^k, \forall k, j, t \quad (6)$$

変数  $\delta_{jt}^k$  は、製油所 k で作業 j を時刻 t で行うか同かを示す 0/1 変数である。 $g_{jt}^k$  は、製油所 k の、j 番目の作業をはじめた時にかかる切替コストで、これを最小化することを目的関数とする。 $\alpha_{ijt}^k$  は、作業 j を行った時、i 番目のタンクの在庫量変化を与える係数で、 $O_{it}^k$  は i 番目のタンクの時刻 t の注文量を示し、式(2)は、在庫の更新式を、式(3)(4)はそれぞれ、タンクに入る在庫の上限  $SU_i$ 、下限  $SL_i$  の制約を与え、式(5)は機械の同時使用不可の制約を取り扱っている。

これに対し、式(3)(4)(5)にそれぞれ、ラグランジュ乗数  $\mu$ 、 $\theta$ 、 $\lambda$  を付加し目的関数に組み込み変形したものが以下の式である。

$$\begin{aligned} \min \sum_k \sum_t \sum_j g_{jt}^k &+ \sum_k \sum_t \sum_i (\mu_{it} - \theta_{it}) \sum_{s=0}^t \sum_j \delta_{js}^k \alpha_{ijs} \\ &+ \sum_k \sum_t \sum_m \lambda_{mt} \sum_j \delta_{jt}^k M_{jm}^k \end{aligned} \quad (7)$$

ラグランジュ乗数を定数とすると式(7)は、製油所 k について加法的に書かれているので部分問題として分解することができる。

## 4 ラグランジュ乗数の更新

ラグランジュ緩和を行った問題は、緩和問題の解に応じてラグランジュ乗数を更新することで原問題の解を得る。本研究では、制約違反量と同等のラグランジュ乗数の解を更新する場合(方法1:式(10))、在庫制約に対し基準の在庫量を設定しその差分を更新する場合(方法2:式(11))、イタレーション回数の少ないうち違反量に対し多くのペナルティを科し、イタレーションが進むにつれ更新幅が小さくなる方法(方法3:式(12))、方法2と方法3を併用した方法(方法4:式(13))の4手法を提案する。式の中の $\eta$ は任意のラグランジュ乗数を表し、 $P$ はそのラグランジュ乗数が緩和した制約式の制約違反量を、 $\nu$ 、 $\nu_s$ は、任意のタンクの在庫量及び基準在庫量を表す。 $x$ は、イタレーション回数を表し、 $\kappa$ 、 $\xi$ は任意の定数とする。

$$R = \begin{cases} \nu - \nu_s & (\text{在庫上限制約}) \\ \nu_s - \nu & (\text{在庫下限制約}) \end{cases} \quad (8)$$

$$\pi = \exp(-\kappa * x) + \xi \quad (9)$$

$$\eta' = \eta + \max(P, 0) \quad (10)$$

$$\eta' = \eta + \max(R, 0) \quad (11)$$

$$\eta' = \eta + \pi \max(P, 0) \quad (12)$$

$$\eta' = \eta + \pi \max(R, 0) \quad (13)$$

## 5 協調スケジューリング

本研究では、以上の定式化に従い、部分問題を繰り返し解きながら、個々のスケジュールが全体として協調した状態へと徐々に近づけていくように計算機上で計算を行う。具体的には以下の手順に従って解を求める。

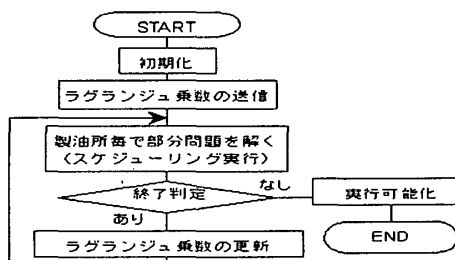


図2: 協調スケジューリングの流れ

## 6 数値実験

実験では、実際の製油所の運用データをもとに作成したデータをもとに1ヶ月間のスケジューリングを行った。

図3に、ラグランジュ乗数の更新方法別の制約違反量の推移を示す。

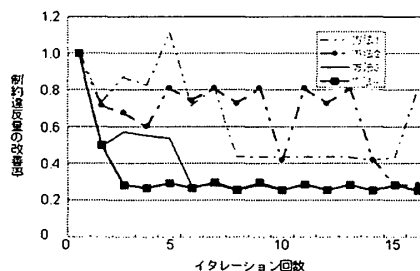


図3: 協調スケジューリングの流れ

方法2~4では、ラグランジュ乗数が収束し、共有資源で協調の取れたスケジューリングを得ることができた。更新方法の比較では、イタレーションの回数を加味し在庫の基準値を設定した、方法4が最も早く解に収束し、有効なラグランジュ乗数の更新方法で有ることが分かった。

## 7 結論

本研究では、複数の工場が何らかの生産設備や原材料などを共有している場合の協調スケジューリングの方法として、ラグランジュ調整法を用いた手法を提案した。提案した手法に従い全体のモデルを製油所毎に分解し、それらの部分問題を繰り返し解くことで、協調的なスケジューリングを行うことができる。今後の課題としては、製油所の細かい条件を考慮したスケジューリングを行うことと、このシステムをwebベースのスケジューラに実装すること等が挙げられる。

## 参考文献

- [1] 石油産業活性化センター, 『水島コンビナートにおける石油精製及び石油化学の一体的運営に関する技術調査報告書』(PEC-1999T-29, 1999)
- [2] 田辺孝夫, 『競合と共生を両立する企業間SCMの実現に向けて』(経営システム, Vol.9, No.3, pp.147-152, 1999)
- [3] 西岡靖之, 久保宏『ラグランジュ調整法を用いた複数工場の協調スケジューリング』(スケジューリングシンポジウム2000講演論文集, pp.186-190, 2000)