

ネットワーク型評価の一提案

01702180 静岡大学 * 八巻 直一 YAMAKI Naokazu
 02004963 静岡大学 岡野 智史 OKANO Satoshi
 01206350 群馬大学 杉山 学 SUGIYAMA Manabu

1 はじめに

近年 AHP (Analytic Hierarchy Process) の提唱者である Thomas.L.Saaty 氏によって AHP の階層構造をネットワーク構造に拡張したモデルとして、ANP (Analytic Network Process) が提案されている [1]。ANP は、AHP ではトップダウンだった評価を、下層からも評価できるようにしたモデルであり、適用分野が大幅に広がると言われている。Saaty 氏の提唱する AHP, ANP は、ともに一対比較行列や超行列 (Super Matrix) の固有ベクトルをウェイトとする均衡モデルである。他方 AHP では幾何平均 (LLS: 対数最小二乗法) を用いてウェイトを求める誤差最小モデルもよく用いられる解法である。本研究では大規模 AHP [2] を拡張し、ネットワーク型評価の一つの手法を提案する。

いなくてはならない。ノードの本数が一対比較の回数であり、代替案の数を n としたときの一対比較の回数は $n(n-1)/2$ となり、 n が大きくなると一対比較の回数は爆発的に増加する。

大規模 AHP は一対比較ネットワークにおいて、一対比較されないノード間や、複数の評価者によって同じノード間を一対比較する事を許したモデルである。図 1 のモデルにおいて、各ノードは代替案に対応し、ノードを結ぶ枝はノード間の一対比較が行われたことを表す。また、枝の値は一対比較値を表す。このとき、行列 A をネットワークの接続を表す接続行列、ベクトル b を一対比較値を対数変換した値を要素とするベクトルとすると、それぞれ、次のように与えられる。

2 大規模 AHP

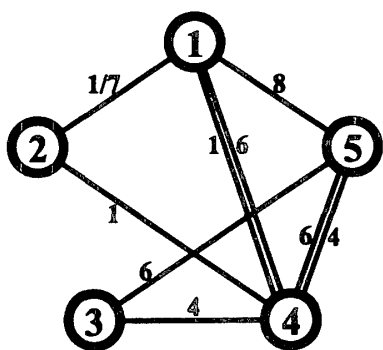


図 1: 大規模 AHP の一対比較ネットワーク

大規模 AHP は AHP を大規模な問題に適用したモデルである。大規模な問題とは、多数の代替案と複数の評価者を想定した問題である。従来の AHP モデルでは代替案が多い場合、多くの問題が生じる。例えば代替案の全一対比較を行うため、一対比較ネットワークにおいて、各ノードはその他の全ノードと結ばれて

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -0.845 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.778 \\ 0.903 \\ 0.602 \\ 0.602 \\ 0.778 \\ 0.778 \end{bmatrix}$$

これより、大規模 AHP では重要度ベクトルは次のように計算される。

\tilde{w} は重要度 w を対数変換した値とし、ベクトル e を全ての要素が 1 のベクトル、 α を $\sum w_i = 1$ を実現する実数であるとする。代替案の重要度ベクトル \tilde{w} は以下の誤差最小化問題として与えられる。

$$\min \|A^T \tilde{w} - b\| \tag{1}$$

$$\tilde{w} = (AA^T + ee^t)^{-1} Ab + \alpha e \tag{2}$$

したがってこの例では、

$$w^T = (0.18, 0.39, 0.28, 0.12, 0.03)$$

となる。

3 ネットワーク型評価

新たに提案するネットワーク型評価モデルでは、ANPと同様なネットワーク構造の導入により、低階層の意見を上層に反映させることができるように大規模AHPを拡張する。

3.1 一般解法

新たに提案するネットワーク型評価の評価方法は、以下の4段階に分けることができる。

ネットワーク化 まず、ネットワークを構築する。ネットワークとは全体目標、評価項目、代替案の評価の様子を表すグラフであり、ANPのネットワーク構造と同じものである。

ネットワークの分割 ネットワーク化で構築したグラフを解析して、評価項目に向かう流れと代替案に向かう流れに分割する。

評価項目のウェイト付け 評価項目に向かうグラフを大規模AHPでウェイト付けを行う。このとき、各評価項目にいたる根ノードのウェイトを0に固定する。

代替案のウェイトの算出 代替案に向かうグラフを大規模AHPでウェイト付けを行う。このとき、代替案を直接評価している評価項目のウェイトを、先に求めたウェイトで固定する。

ウェイトの導出は式(1)、式(2)による。

4 実験

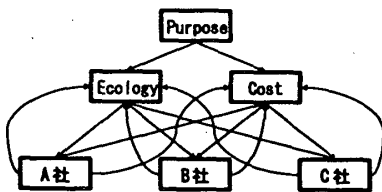


図 2: ネットワーク化

自動車会社 A 社, B 社, C 社のうち、評価項目 ECOLOGY, COST の観点から、どの会社が一番優れているかを考える。このとき社会から見た ECOLOGY と COST に対するウェイトを $[0.67, 0.33]$, ECOLOGY からみた各社のウェイトを $[0.50, 0.20, 0.30]$, COST からみた各社のウェイトを $[0.40, 0.30, 0.30]$, A 社からみた ECOLOGY と COST

のウェイトを $[0.60, 0.40]$, 同じく B 社, C 社からみたウェイトを $[0.50, 0.50], [0.80, 0.20]$, として実験を行った。

ネットワーク化

この実験のネットワークは図 2 となる。

ネットワークの分割

この実験のネットワークを評価項目に向かう流れのネットワークに分割したものが、図 3 である。また、代替案に向かう流れのネットワークに分割したものが、図 4 である。

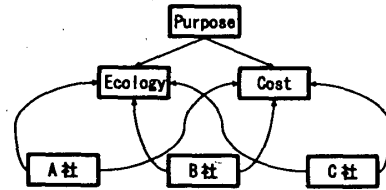


図 3: 評価項目への流れ

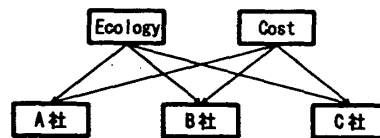


図 4: 代替案への流れ

評価項目のウェイト付け

ECOLOGY, COST のウェイトをそれぞれ w_C, w_E とすると、図 3 を大規模 AHP で解くことにより $w_C = 0.65, w_E = 0.35$ が得られる。このとき全体目標、A 社, B 社, C 社のウェイトは 0 に固定しておく。

代替案のウェイトの算出

同様に、A 社, B 社, C 社のウェイトを w_A, w_B, w_C とすると、大規模 AHP により $w_A = 0.45, w_B = 0.25, w_C = 0.30$ が得られる。このとき評価項目のウェイトは $w_C = 0.65, w_E = 0.35$ で固定しておく。

参考文献

- [1] 高橋 馨郎: AHP から ANP へ, 木下 栄蔵 (編), AHP の理論と実際, 日科技連, 第 2 章, 11-46, 2000.
- [2] 八巻 直一, 関谷 和之: 複数の評価者を想定した大規模 AHP の提案と人事評価への適用, 日本オペレーションズリサーチ学会論文誌, Vol.40, 405-420, 1999.