2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

誤差発生メカニズムを考慮したウェイト推定法の優劣比較

02602260 日本大学生産工学部 † 三宅 千香子
Nihon University Miyake Chikako
01205220 日本大学生産工学部 篠原 正明
Nihon University Shinohara Masaaki

1 はじめに

一対比較行列の測定値 a_{ij} は, 項目 i の (未知の) 真値ウェイトを w_i とするならば, 測定誤差 e_{ij} を適当に定義することにより一般に $a_{ij} = f(w_i, w_j, e_{ij})$ と表現できる. 比率モデルを採用し, かつ, 加法形誤差を仮定すれば, $a_{ij} = (w_i/w_j) + e_{ij}$, 乗法形誤差を仮定すれば, $a_{ij} = (w_i/w_j)e_{ij}$ と表現できる. シミュレーション実験により, 加法形誤差の場合にはエントロピー法 (ENT) の, 乗法形誤差の場合には固有ベクトル法 (EV), 幾何平均法 (GM) の真値ウェイト推定能力が相対的に高いことが判明している.

本研究では, 一般的な誤差発生メカニズムを提案し, その下での EV 法, GM 法, ENT 法, HM 法 (調和平均法 [1]) 各種ウェイト推定法で推定されるウェイトと真値との近接度合いをシミュレーション実験により統計的に評価する.

2 誤差発生メカニズム

真値ウェイトベクトル w の存在を仮定し, w とは異なるウェイトベクトルを推定してしまう元となる一対比較行列測定値 A が生成されるだろうプロセスの一例を図 1 に示す。真値 w が心の動揺などの理由により, v に変容し, v に基づく整合行列 $V = \{v_{ij}\}$ が生成され, V がさらに心の動揺などの理由により $U = \{u_{ij}\}$ に変形してしまい, u_{ij} 値が適当な離散値 $A = \{a_{ij}\}$ に固定されるという一般的なメカニズムである.

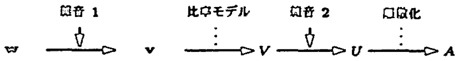

図 1: 一般的な誤差発生メカニズム

雑音 1	:	真値ウェイトベクトル w に加わる雑音 e
雑音 2	:	整合行列 V の各要素に加わる雑音 E
離散化	:	比較行列 U の各要素を離散化することにより離散化誤差 (量子化誤差) が生じる
w	:	真値ウェイトベクトル
v	:	真値ウェイトベクトルに対する摂動後ウェイトベクトル ($v = f(w, e)$)
V	:	v に対応する整合一対比較行列 ($v_{ij} = v_i/v_j$)
U	:	V に対する摂動後一対比較行列 ($U = F(V, E)$)
A	:	U の各要素を判定尺度スケールに基づき離散化した測定一対比較行列

3 シミュレーション実験

真値ウェイト w^0 を与え, それに対して人間の心の動揺を想定した図 1 の一般的な誤差発生プロセスに従って, 誤差を加えるシミュレーション実験を行う. 雑音 2 の付加後の連続値一対比較行列 U に対する推定ウェイトベクトルを u^k で, 離散化一対比較行列 A に対する推定ウェイトベクトルを w^k で表記する (k=1(GM), 2(EV), 3(ENT), 4(HM)). U ならびに A の多くの標本集合に対して, 4 つのウェイト推定法を適用し, 真値との近接度合をユークリッド距離により, さらに, ランキング逆転頻度, 最近接頻度などの尺度も評価する (実験手順の詳細は [2] を参照).

4 シミュレーション結果

[実験結果 4.1]

雑音 1 は何も付加せず, 雑音 2 として [0.8, 1.2] 一様乱数の乗法形誤差を付加し, 標本数 m=10000, 真値ウェイトベクトル $w^0 = [1, 2, \cdots, n] \times \frac{2}{n(n+1)}$ とした時の, w^0 と $w^k (k = 1 \cdots 4)$, ならびに w^0 と $u^k (k = 1 \cdots 4)$ の間の

平均距離を表 1 と表 2 に示す.

表 1: 乗法形誤差 (離散化後)

—	$n=4$	$n=8$	$n=12$
$\overline{d_{01}}$	0.048545	0.025107	0.017628
$\overline{d_{02}}$	0.048900	0.025164	0.017803
$\overline{d_{03}}$	0.043405	0.022598	0.015865
$\overline{d_{04}}$	0.058296	0.030074	0.021441

表 2: 乗法形誤差 (離散化前)

—	$n=4$	$n=8$	$n=12$
$\overline{d_{01}}$	0.023133	0.013988	0.009948
$\overline{d_{02}}$	0.023099	0.013942	0.009909
$\overline{d_{03}}$	0.023636	0.015370	0.011687
$\overline{d_{04}}$	0.025084	0.015568	0.011203

HM 法は (k=4) は w と u で共に真値との距離は最遠である. さらに, 表 3 と表 4 に最近接実現頻度と逆転頻度を示すが, これらの指標の近接度合も不良である.

表 3: 最近接実現頻度 (m=10000)

—	$n=4$	$n=8$	$n=12$
$\overline{d_{01}}$	520 回	912 回	1381 回
$\overline{d_{02}}$	947 回	1349 回	1184 回
$\overline{d_{03}}$	7679 回	6736 回	6803 回
$\overline{d_{04}}$	854 回	1003 回	6803 回

表 4: ウェイト大小順での逆転頻度 (m=10000, n=8)

—	GM	EV	ENT	HM
1	0 回	0 回	0 回	0 回
2	0 回	0 回	0 回	0 回
3	0 回	0 回	0 回	0 回
4	123 回	142 回	76 回	226 回
5	240 回	274 回	189 回	500 回
6	470 回	471 回	336 回	602 回
7	1046 回	1087 回	813 回	1352 回

[実験結果 4.2]

雑音 1 として [0.9, 1.1] 一様乱数の加法形誤差, 雑音 2 として [0.9, 1.1] 一様乱数の加法形誤差を付加して, w^0 と $w^k(k=1\cdots4)$, ならびに w^0 と $u^k(k=1\cdots4)$ の間の平均距離を表 5 と表 6 に示す.

エントロピー法 (k=3) が, 加法形誤差付加時には (w^k と u^k の両方で), 距離, 最近実現頻度, 逆転頻度のすべての点で優れている. 乗法形誤差付加時には, 固有ベクトル法 (k=1), 幾何平均法 (k=2) が, w^0 と u^k の距離では優れているが, 真値と離散化後ウェイトベクトル (w^0 と u^k) の距離ではエントロピー法 (k=3) の方が優れている. 他の近接度合の指標も同様の傾向を示す.

表 5: 加法形誤差 (離散化後)

—	$n=4$	$n=8$	$n=12$
$\overline{d_{01}}$	0.139720	0.101770	0.083012
$\overline{d_{02}}$	0.140377	0.102836	0.083994
$\overline{d_{03}}$	0.111117	0.069095	0.052425
$\overline{d_{04}}$	0.206942	0.0174016	0.147232

表 6: 加法形誤差 (離散化前)

—	$n=4$	$n=8$	$n=12$
$\overline{d_{01}}$	0.103261	0.073338	0.059458
$\overline{d_{02}}$	0.103278	0.073480	0.059666
$\overline{d_{03}}$	0.084235	0.050803	0.038018
$\overline{d_{04}}$	0.150261	0.116912	0.097578

5 おわりに

一般的誤差発生メカニズムの下でシミュレーション実験を行い, エントロピー法の真値ウェイト推定能力が高いことを統計的に示した. さらに, 「統計的」のみならず, 個々のサンプル毎にも高い推定能力を持つことを示した. 今後は, 雑音 1, 雑音 2, 離散化に様々な分布, 操作を考慮して, ウェイトベクトル推定法の比較評価を行いたい. さらに, 本研究の枠組に基づき, 真値推定能力が高い尺度構成・離散化法ならびにデータ欠落時のウェイトベクトル推定法をシミュレーション実験に基づき選定することも今後の課題である.

参考文献

[1] 加藤豊, 小澤正典, 「調和平均によるウェイト推定法の拡張」, 『2001 年度日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集』, pp188-189.

[2] 三宅千香子, 篠原正明, 「一般化誤差発生モデル下でのウェイト推定法の性能」, 『日本大学生産工学部第 34 回学術講演会』, pp37-40.