

最終提案ゲームにおける折半の可能性について

02005220 東京工業大学 *石原 慎一 ISHIHARA Shin-ichi
東京工業大学 江村 建 EMURA Takeru

1 はじめに

貨幣の最小単位が存在しない最終提案ゲームでは部分ゲーム完全ナッシュ均衡点はただひとつ存在し、提案者は自分が総取りをするという提案をして、返答者はその提案を受諾する。また貨幣の最小単位が存在する場合には、部分ゲーム完全ナッシュ均衡点は2つ存在する。一つ貨幣の最小単位が存在しないときと一緒であり、もう一つは、提案者は相手に最小単位を与えるという提案を行い、その提案に対し返答者はそれを受諾すると答えるというものである。しかし、多くの実験研究において、提案者は半分か半分よりやや少ない量を返答者に与え、返答者は自分に対して少ししか提供しないような提案には拒否をする、という結果が見られている。

2 モデル

ゲームを定式化する。プレイヤーの集合は、{提案者, 返答者}である。

提案者の戦略は、分配の提案 $(x, 10000 - x), 0 \leq x \leq 10000$ であり、返答者の戦略は、この提案ならば yes と答えるという領域 X を決定することである。すなわち、 $x \in X$ ならば返答者は yes と答えるわけである。

また、提案者の利得関数は

$$f_p((x, 10000 - x), X) = \begin{cases} x & \text{if } x \in X \\ 0 & \text{if } x \notin X \end{cases}$$

返答者の利得関数は、

$$f_r((x, 10000 - x), X) = \begin{cases} 10000 - x & \text{if } x \in X \\ 0 & \text{if } x \notin X \end{cases}$$

である。

3 平等者について

定義 完全金銭利得者

最終提案ゲームにおいて、プレイヤーが完全金銭利得者であるとは、金銭がそのままプレイヤーの利得になっているときにいう。

定理 プレイヤーのうち θ の割合で完全金銭利得者が存在するという最終提案ゲームを考える。このとき、 $\theta \leq 1/2$ であるならば、提案者が $(5000, 5000)$ を提示するという戦略が部分ゲーム完全ナッシュ均衡点を構成する戦略になりうる。

次に、平等者の割合がより少なくとも提案者が $(5000, 5000)$ を提示する可能性を探ってみよう。

4 最小単位が存在しない場合

2つのタイプの他に受諾と拒否の境界に個人差がある状況を考え、その個人差がどのような分布のときに提案者が5000円を提示するのかを考察する。

まず始めに、金銭に最小単位が存在しない場合を考える。

定義 α -平等者

最終提案ゲームにおいて、プレイヤーが α -平等者であるとは、自分がもらえ

る金銭よりも相手がもらえる金銭の方が α 円より多いときには利得が 0 で、それ以外のときには、金銭がそのまま利得になっているときという。

定理 プレイヤーのタイプが α - 平等者のみであり、 α の確率密度関数を $\theta(\alpha)$ が $\alpha < 0$ または $\alpha > 10000$ のときに $\theta(\alpha) = 0$ である最終提案ゲームにおいて、部分ゲーム完全ナッシュ均衡点における提案者の戦略が、(5000, 5000) を提示することであるための条件は、 α の分布関数を $\Phi(\alpha)$ としたとき、任意の $\alpha \in [0, 10000]$ に対して、

$$\Phi(\alpha) \geq \frac{\alpha}{\alpha + 10000} \text{ を満たすことである。}$$

定理 プレイヤーのタイプが α - 平等者のみであり、 α の確率密度関数を $\theta(\alpha)$ としたとき、 $\alpha < 0$ または、 $\alpha > 10000$ のときは $\theta(\alpha) = 0$ であるような最終提案ゲームにおいて、部分ゲーム完全ナッシュ均衡点を構成する提案者の戦略が (5000, 5000) を提示することであるための条件は、 α の平均を $E(\alpha)$ とすると、 $E(\alpha) < 10000 \log 2$ である。

例えば、 $\theta(\alpha)$ が $0 \leq \alpha \leq 10000$ の間で一様分布であるとする。このときには提案者が (5000, 5000) を提示することが、部分ゲーム完全ナッシュ均衡点を構成する戦略になる。また、平均して提案者は 7500 円を提供し、その額に対して返答者は受諾することがわかる。このことは、現実に見られる行動とよく似た結果である。

5 最小単位が存在する場合

次に、最小単位が存在する場合について考察する。

最小単位が Δ 円のとすると、 Δ を 0 に近づけていった場合、4 章と同じ結果が得られることが示された。

6 おわりに

自分がもらう金銭額と効用が異なるプレイヤーが存在することを仮定し、そのもとで部分ゲーム完全ナッシュ均衡点を用いて分析し、提案者と返答者が総額を折半するという状況が起こりうるという実験研究においてよく見られる結果が理論的に導出されることを明らかにした。

7 参考文献

- [1] Martin A. Nowak, Karen M and Karl Sigmund, "Fairness Versus Reason in the Ultimatum Game," *Science* (2000).
- [2] W. Guth, "An experimental analysis of ultimatum bargaining" *J. Econ. Behav. Organ* 3, (1982)
- [3] Larry Smuelsen, *Evolutionary Games and Equilibrium Selection* MIT Press (1997)
- [4] 岡田章, 「ゲーム理論」有斐閣 (1996)