2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

無限サーバ待ち行列理論に基づくソフトウェア信頼度成長モデル

02005295 鳥取大学 *井上 真二 INOUE, Shinji
01702425 鳥取大学 山田 茂 YAMADA, Shigeru

1 まえがき

ソフトウェア信頼性を開発工程の中のテスト工程において定量的に評価することは，高信頼性を有するソフトウェアを生産する上で重要な問題である．このソフトウェア信頼性を定量的に評価する手法の1つとして，ソフトウェア信頼度成長モデル（software reliability growth model，以下SRGMと略す）[2, 11] に基づくソフトウェア信頼性評価手法がある．

SRGMに関する問題として，近年，現実のソフトウェアテストの実施形態を忠実に反映されたモデルがほとんど見当たらないことが指摘されている [4]．このような問題を解決するために，既存のSRGMを統一的に取り扱うための方法論に関する研究がなされている．土肥ら [1] は，ソフトウェア故障の発生過程に無限サーバ待ち行列理論を適用することにより，SRGMに対する新たな一般化の枠組みを提案している．

本研究では，土肥ら [1] が提案したモデルとは異なった観点から無限サーバ待ち行列モデルを構築する．すなわち，遅延S字形SRGM[8, 9] のフォールト発見現象に対する基本的考え方を応用して，無限サーバ待ち行列モデル [5, 6, 7] を構築し，フォールト認知過程において個々のフォールトに対する認知作業に必要な時間を確率分布を用いて表現することにより，SRGMを導出する．また，今回提案するモデルは，フォールト発見現象の物理的解釈が容易にできることを示すと共に，非同次ポアソン過程（nonhomogeneous Poisson process，以下NHPPと略す）により記述されたいくつかのSRGMを統一的に取り扱うことができることについても言及する．

2 遅延S字形SRGM

一般に，テストによりフォールトを発見するためには，ソフトウェア故障の現象を確認した後に，その原因解析を行わなければならない．そこで，遅延S字形SRGMは，テスト工程におけるフォールト発見事象が，ソフトウェア故障発見過程（software failure-detection process）とフォールト認知過程（fault-isolation process）という2つの過程から構成されるという仮定から提案されたモデルである．ソフトウェア故障発見過程において，テスト時刻tまでに発見される総期待ソフトウェア故障数を$m(t)$とすると，微分方程式，

$$\frac{dm(t)}{dt} = b_1[a - m(t)], \tag{1}$$

が成立する．ここで，aはテスト開始前にソフトウェア内に潜在する総期待フォールト数，$b_1(>0)$は1個当りのソフトウェア故障率を表す．また，フォールト認知過程において，テスト時刻tまでに認知・発見される総期待フォールト数を$M(t)$とすると，微分方程式，

$$\frac{dM(t)}{dt} = b_2[m(t) - M(t)], \tag{2}$$

が成立する．ここで，$b_2(>0)$は1個当りのフォールト発見率を表す．したがって，近似的に$b = b_1 = b_2$とし，式（1）および式（2）の微分方程式を$M(t)$に関して解くと，

$$M(t) = a[1 - (1 + bt)\exp\{-bt\}], \tag{3}$$

を得る．式 (3) の平均値関数$M(t)$をもつNHPPモデルは，遅延S字形ソフトウェア信頼度成長モデル（delayed S-shaped software reliability growth model）[8, 9] と呼ばれている．

3 フォールト認知過程の時間的確率分布を考慮したソフトウェア信頼度成長モデル

実際のテスト工程では，ソフトウェア故障発生現象を観測する過程とフォールトを発見・認知する過程は，相異なる意味をもつ過程である．また，ソフトウェア故障が発生しても必ずしもその原因となるフォールトを発見できるとは限らない（逆に，ソフトウェア内に潜在しているフォールトが必ずしもソフトウェア故障を引き起こすとも限らない）．さらに，ソフトウェア故障の原因解析を行うフォールト認知過程においては，それぞれのソフトウェア故障に対するフォールトの発見難易度の違いにより，その原因解析に要する時間は，ランダムに異なってくることが考えられる．したがって，実際のテスト工程をより忠実にモデルに反映するには，これらの問題を包括的に取り扱うことが必要となる．

本章では，これらの問題を包括的に取り扱う枠組みとして，無限サーバ待ち行列モデルを構築し，フォールト認知過程の時間的確率分布を考慮したソフトウェア信頼度成長モデルを提案する．

まず，無限サーバ待ち行列モデルを構築するにあたり，以下のような仮定を設ける．

- (A-1) ソフトウェア故障は，平均値関数$\Lambda(t)$（強度関数$\lambda(t)$）をもつNHPPに従い観測される．
- (A-2) 1つのソフトウェア故障が発生したとき，直ちにフォールト認知過程へと移り，その原因解析が行われた後，(1つの）フォールトが発見される．
- (A-3) 原因解析を行ってフォールトの発見に至るまで（フォールト認知過程）の時間は，各々のソフトウェア故障に対し独立かつ同一の分布関数$F(t)$に従う．

上記の仮定をもとに，無限サーバ待ち行列モデルを構築していく．今，計数過程$\{X(t), t \geq 0\}$を時刻tまでに観測された総ソフトウェア故障数を表し，$\{N(t), t \geq 0\}$

を時刻 t までに発見された総フォールト数を表す確率変数と定義する．時刻 $t=0$ でテストが開始され，時刻 t までに n 個のフォールトが発見される確率は，

$$\Pr\{N(t)=n\} = \sum_{j=0}^{\infty} \Pr\{N(t)=n \mid X(t)=j\} \frac{[\Lambda(t)]^j}{j!} e^{-\Lambda(t)}, \tag{4}$$

となる．また，時刻 t までに観測された j 個のソフトウェア故障のうち，フォールト認知過程を経て n 個のフォールトが発見される確率は，

$$\Pr\{N(t)=n \mid X(t)=j\} = \binom{j}{n} \{p(t)\}^n \{1-p(t)\}^{j-n}, \tag{5}$$

として求められる．ここで $p(t)$ は，任意の 1 つのソフトウェア故障が時刻 t までにフォールト発見に至る確率であり，

$$p(t) = \int_0^t F(t-x) \frac{\lambda(x)}{\Lambda(t)} dx, \tag{6}$$

として求められる．これより，時刻 t までに発見された総フォールト数の確率分布は，式 (5) および式 (6) を式 (4) に代入することにより，

$$\Pr\{N(t)=n\} = \frac{[\int_0^t F(t-x) d\Lambda(x)]^n}{n!} \times \exp[-\int_0^t F(t-x) d\Lambda(x)], \tag{7}$$

と求められる．これは，平均値関数 $\int_0^t F(t-x)d\Lambda(x)$ をもつ NHPP と等価である．フォールト認知過程の時間的確率分布を考慮した無限サーバ待ち行列モデルの概念図を図 1 に示す．

4 考察

3 では，無限サーバ待ち行列モデルを構築し，フォールト認知過程の時間的確率分布を考慮したソフトウェア信頼度成長モデルを導出した．フォールトの発見事象を NHPP として記述した式 (7) は，ソフトウェア故障発生事象の平均値関数 $\Lambda(t)$ およびフォールト認知過程の時間的確率分布関数 $F(t)$ を選択する問題に帰着させることにより，フォールト発見事象の時間的挙動が特徴付けられることになる．また，これにより，フォールト発見事象の物理的解釈がより具体的にかつ簡潔的に理解できることも興味深いところである．

ところで，式 (7) は，NHPP で記述された従来の SRGM に対する一般的な表現としても考えられる．例えば，

$$\Lambda(t) = a(1-e^{-\eta t}), \quad F(t) = 1-e^{-\alpha t} \quad (a>0,\ \eta>0,\ \alpha>0), \tag{8}$$

のとき，式 (7) は，NHPP モデルである一般化された遅延 S 字形 SRGM[10] と本質的に等価となる．ここで，a はテスト開始前にソフトウェア内に潜在する総期待フォールト数，b は 1 個当りのソフトウェア故障率，

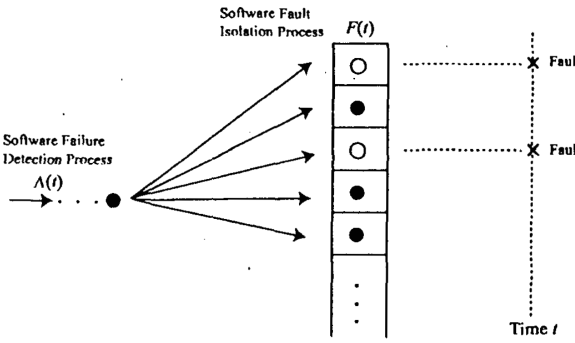

図 1: フォールト認知過程の時間的確率分布を考慮した無限サーバ待ち行列モデルの概念図．

$\alpha(>0)$ は指数分布の平均値の逆数（ポアソン分布の平均値）を表す．また，$b=\eta=\alpha$ とすると，式 (7) は，2 において議論した NHPP モデルである遅延 S 字形 SRGM と等価となる．このように，今回提案したモデルを適用することにより，これまでの遅延 S 字形 SRGM および一般化された遅延 S 字形 SRGM では表現されなかったフォールト発見事象に対する物理的側面を，比較的容易に理解することができる．

数値例は，紙面の都合上，当日発表する．

参考文献

[1] 土肥 正，松岡 寿明，尾崎 俊治，"ソフトウェア信頼性評価のための無限サーバ待ち行列モデル，" 電子情報通信学会論文誌，vol. J83-A, no. 5, pp. 536–544, 2000 年．

[2] J.D. Musa, D. Iannio, and K. Okumoto, *Software Reliability : Measurement, Prediction, Application*, McGraw-Hill, New York, 1987.

[3] M. Ohba, "Software reliability analysis models," *IBM J. Research and Development*, vol. 28, no. 4, pp. 428–443, 1984.

[4] N.D. Singpurwalla and S.P. Willson, "Software reliability modeling," *Int. Statist. Rev.*, vol. 62, pp. 289–317, 1994.

[5] S.M. Ross, *Applied Probability Models with Optimization Applications*, Dover Publications, New York, 1992.

[6] S.M. Ross, *Introduction to Probability Models*, Academic Press, San Diego, California, 1993.

[7] S. Osaki, *Applied Stochastic System Modeling*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992.

[8] S. Yamada, M. Ohba, and S. Osaki, "S-shaped reliability growth modeling for software error detection" *IEEE Trans. Reliability*, vol. R-32, no. 5, pp. 475–478,484, 1983.

[9] S. Yamada and S. Osaki, "Software reliability growth modeling : Models and applications," *IEEE Trans. Software Engineering*, vol. SE-11, no. 12, pp. 1431–1437, 1985.

[10] 山田 茂，半谷 知久，尾崎 俊治，"一般化された遅延 S 字形ソフトウェア信頼度成長モデルとその適合性評価に関する考察，" 電子情報通信学会論文誌，vol. J76-D-I, no. 11, pp. 613–620, 1993 年．

[11] 山田 茂，ソフトウェア信頼性モデル —基礎と応用—，日科技連出版社，東京，1994 年．