2－D－1

2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

シュタッケルベルグゲームによる発注日指定契約の研究

02103520　東京理科大学大学院　*後藤 達哉　GOTO Tatsuya
02302264　東京理科大学　鶴見 昌代　TSURUMI Masayo
01700910　東京理科大学　山田 善靖　YAMADA Yoshiyasu

1. はじめに

サプライチェーン（SC）の各企業は，自分の利益を最大化しようとして行動するため，SC 全体の最適化よりもむしろ部分最適化を目指して行動してしまう．そこで，Viswanathan と Piplani [1] は，企業間で共有する情報を有効に利用し，SC の各企業で共同発注することにより SC の総在庫費用を減少させる CRE 戦略（以後，発注日指定契約と呼ぶ）を提案した．彼らは 1 人の売り手と複数の買い手で構成される 2 段階の SC において，発注日指定契約を実行する状況を，先手を売り手，後手を買い手とするシュタッケルベルグゲームとして定式化し，全ての買い手で同一の発注間隔と価格割引率による発注日指定契約を結ぶ VP モデルを提案した．

本研究では，SC の総在庫費用を減少させることを目指して，SC の各企業の行動をうまく調整するメカニズムを提案する．まず，VP モデルの売り手の費用に発注費用と在庫保管費用を導入し，VP モデルを現実的なモデルにする．次に，売り手が契約を結ぶ買い手を選択することにより総在庫費用を削減できることに着目し，契約を結ぶ買い手の選択方法を提案する．さらに，売り手が複数の発注間隔と価格割引率による発注日指定契約を結ぶ戦略を提案し，その定式化を行う．また，これらの戦略の有効性をシミュレーションによって検証する．

2. 2 段階のサプライチェーン

1 人の売り手と複数の買い手で構成される 2 段階の SC を考える．ここで，次のような前提を置く．この SC では 1 種類の製品を扱う．それぞれの買い手は等間隔で注文を出し，製品はすぐに納められる．売り手は，買い手の注文を受けるとすぐに外部の供給者に必要量を注文し，すぐに納められるものとする．

本研究では，D_i を買い手 i の年間総需要量（一定），Q_i を買い手 i の注文 1 回当たりの発注量，K_i を買い手 i の注文 1 回当たりの発注費用，K_0 を売り手の注文 1 回当たりの発注費用，p を製品の購入単価，h_i を買い手 i の在庫保管費率，h_0 を売り手の在庫保管費率，Z を価格割引率，A_s を注文処理（配送を含む）するための段取り費用，A_i を買い手 i への配送費用，M を全ての買い手の集合とする．

2.1. 経済発注量に基づくモデル

2.1.1. 買い手の総在庫費用

買い手 $i(i \in M)$ の共同発注間隔 $T_i(Q_i)$ が在庫保管費用と発注費用の和で表されるものとすると，次のように表される．

$$T_i(Q_i) = K_i\frac{D_i}{Q} + h_i p\frac{Q}{2}$$

総在庫費用 $T_i(Q_i)$ を最小にする発注量 Q_i° を経済発注量と呼ぶ．この経済発注量に対応する発注間隔 t_i^U は次のようになる．

$$t_i^U = \frac{Q^\circ}{D_i} = \frac{\sqrt{\frac{2K_iD_i}{h_ip}}}{D_i} = \sqrt{\frac{K_i}{H_i}}$$

ただし，$H_i = \frac{h_iD_ip}{2}$ とする．買い手 i は，この発注間隔 t_i^U で売り手に対して注文を出すことになる．したがって，経済発注量を注文するときの買い手 i の共同発注間隔 $g_i^U(t_i^U)$ は次で表される．

$$g_i^U(t_i^U) = K_i\frac{1}{t_i^U} + h_i\frac{D_it_i^U}{2}p = 2\sqrt{K_iH_i} \tag{1}$$

2.1.2. 売り手の総在庫費用

売り手は，買い手 i からの注文を 1 回処理する際に段取り費用 $(A_s + A_i)$ が生じるものとする．よって，売り手の総在庫費用 $g_0^U(t_i^U)$ は次のようになる．

$$g_0^U(t_i^U) = K_0\sum_{i\in M}\frac{1}{t_i^U} + h_0p\sum_{i\in M}\frac{D_it_i^U}{2} + \sum_{i\in M}\frac{A_s + A_i}{t_i^U}$$

2.2. 発注日指定契約を結ぶ場合のモデル

Viswanathan [1] らによって提案された発注日指定契約とは，売り手が買い手の発注日を指定（毎週月曜，毎月 1 日など）することで総在庫費用を削減し，その費用削減額を利用して買い手に対する価格割引に引き当てることを約束する契約である．この契約を実行する状況を，先手を売り手，後手を買い手とするシュタッケルベルグゲームとして扱うと，売り手が，まず基準発注間隔と価格割引率を決定し，その決定を受けて買い手が発注間隔を決定するモデルになる．

2.2.1. 契約後の買い手の総在庫費用

発注日指定契約を結ぶ場合，買い手は売り手によって指定された基準発注間隔 T_0 か，その整数倍の発注間隔で注文しなければならないものと考える．すなわち，買い手 i の契約後の発注間隔 t_i^C は次のように表される．

$$t_i^C = n_iT_0, \qquad ただし，\ n_i \in \mathbb{N}$$

売り手による価格割引額を D_ipZ とすると，買い手の総在庫費用は次で表される．

$$g_i^C(n_i) = \frac{K_i}{n_i T_0} + H_i n_i T_0 - D_i p Z \qquad (2)$$

売り手に (T_0, Z) を提示されたとき，買い手はそれに対応して最適な $n_i^*(T_0, Z)$ を決定する．最適な $n_i^*(T_0, Z)$ は，Z に依存しないため $n_i^*(T_0)$ と表す．

2.2.2. 契約実現のための条件

売り手は，契約後の買い手の総在庫費用 $g_i^C(n_i)$ が契約を結ばない場合の買い手の総在庫費用 $g_i^U(t_i^U)$ よりも R という割合以上費用を削減できるならば，買い手が契約を受け入れるものと考える．したがって，売り手は，契約実現のために次のように価格割引率 Z を決定するものとする．

$$(1-R)2\sqrt{K_i H_i} \geq \frac{K_i}{n_i^*(T_0)T_0} + H_i n_i^*(T_0)T_0 - D_i p Z$$

2.2.3. 契約後の売り手の総在庫費用

発注日指定契約を結ぶ場合，売り手の総在庫費用は注文処理（配送を含む）費用，発注費用，在庫保管費用，買い手に対する価格割引の費用となる．契約を結ぶ場合の売り手の総在庫費用 $g_0^C(T_0, Z)$ を目的関数として，売り手の T_0 と Z の決定問題は次のように表すことができる．

<売り手の T_0 と Z の決定問題>

目的関数

$$g_0^C(T_0, Z) = \frac{K_0 + A_s}{T_0} + h_0 p T_0 \sum_{i \in M} \frac{D_i n_i^*(T_0)}{2} + \sum_{i \in M} \left\{ D_i p Z + \frac{A_i}{n_i^*(T_0)T_0} \right\} \quad \to \text{最小化}$$

制約条件

$$(1-R)2\sqrt{K_i H_i} \geq \frac{K_i}{n_i^*(T_0)T_0} + H_i n_i^*(T_0)T_0 - D_i p Z$$

$$T_0 \in Y$$

ここで，Y は実行可能な発注間隔の集合とする．

3. 売り手による買い手の選択

VP モデルでは，売り手は契約を結ぶためには，全ての買い手に対して価格割引を行なうことになる．この VP モデルにおいて，各買い手に対する価格割引額が，その買い手によってもたらされた費用減少額よりも大きくなる場合がある．このような買い手とは，発注日指定契約をしないほうがよいため，売り手が発注日指定契約を結ぶ買い手を選択することを考える．

本研究では，次のように各買い手の契約に対する貢献度，すなわち各買い手について契約を結んだときの費用とその買い手と契約を結ばない場合の費用の差を考慮して，買い手を選択する方法を提案する．

4. 複数の発注日指定契約を結ぶ戦略

VP モデルおよび契約を結ぶ買い手を選択するモデルはともに，契約を結ぶ買い手に対し，売り手は基準発注間隔と価格割引率を 1 つに決定するモデルである．

本研究では，売り手が買い手を複数の集合に分け，その集合ごとに基準発注間隔と価格割引率を決定すること，すなわち複数の発注日指定契約を結ぶことを提案する．これにより 3 節の方法よりも売り手の総在庫費用を削減できると考えられる．売り手が買い手を複数の集合に分ける問題は，複数の発注日指定契約を結ぶ場合の売り手の総在庫費用 $g_0^m(x)$ を目的関数とする次のような 0-1 整数計画問題として定式化できる．

<売り手の複数の T_0 と Z の決定問題>

目的関数

$$g_0^m(x) = \sum_{j:T_j \in Y} \left\{ \frac{K_0 + A_s}{T_j} \max_{i \in M} x_{ij} + \sum_{i \in M} \left(D_i Z_j(x) + h_0 \frac{D_i n_{ij} T_j}{2} + \frac{A_i}{n_{ij} T_j} \right) x_{ij} \right\} + \sum_{i \in M} \frac{A_s + A_i}{\sqrt{\frac{K_i}{H_i}}} x_{i0} \quad \to \text{最小化}$$

制約条件

$$Z_j(x) \geq \frac{\left\{ \frac{K_i}{n_{ij}T_j} + H_i n_{ij} T_j - (1-R)2\sqrt{K_i H_i} \right\} x_{ij}}{D_i} \qquad \forall i \in M$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall i \in M, \ j = 0, 1, \ldots, |Y|$$

$$\sum_{j=0,1,\ldots,|Y|} x_{ij} = 1$$

ここで，n_{ij} は次のように定める．

$$\sqrt{\frac{K_i}{H_i T_j^2} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \leq n_{ij} < \sqrt{\frac{K_i}{H_i T_j^2} + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$$

5. おわりに

売り手が複数の買い手に共同発注させることで SC の総在庫費用を削減し，価格割引によって共同発注を実現させる発注日指定契約を扱った．本研究では，売り手が契約を結ぶ買い手を選ぶ戦略，および複数の発注間隔と価格割引率による発注日指定契約を結ぶ戦略を提案した．売り手による買い手の選択方法，提案したモデルの有効性の検証は紙面の都合上，発表時に報告する．

参考文献

[1] S.Viswanathan, Rajesh Piplani (2001) "Coordinating supply chain inventories through common replenishment epochs," European Journal of Operational Research, 129, pp.277-286.