

公共財供給問題の  $n$  人チキンゲームによる分析

東京工業大学 鈴木鉄忠 SUZUKI Tetsutada  
02502510 東京工業大学 \* 福田恵美子 FUKUDA Emiko

## 1. はじめに

いわゆる Olson 問題と呼ばれる集合行為にともなうジレンマ状況を扱った問題は 1960 年代以降幅広い分野に渡って分析されており, ゲーム理論でも様々な定式化および分析がなされてきた. (木村 (2002))

本研究では, このうち集団のなかの一定人数が社会運動に携わることで集団全体に公共財供給がなされる場合を取り上げる. この問題は Taylor and Hugh (1982) や Lipnowski and Mital (1983) などにより  $n$  人チキンゲームとして定式化され, 以降  $n$  人チキンゲームについては数多くの分析がされてきたがナッシュ均衡による分析に留まっていた. 本研究では, 提携の可能性を考慮した解概念による均衡分析をし, これを考察した.

また, 意思決定が逐次的になされる状況についても展開形ゲームとして定式化し, 部分ゲーム完全均衡による分析をおこない, 均衡におけるフリーライダーの持つ性質を考察した.

## 2. 戦略形表現での分析

まず取扱う問題状況を戦略形ゲームとして定式化する. プレイヤーの集団を  $N$  とし, 各プレイヤーは社会運動に貢献する, もしくは貢献しないのいずれかを選択する. ここで, 運動に貢献する戦略を  $C$ , 貢献しないという戦略を  $D$  でそれぞれ表わすと, 任意のプレイヤー  $i$  について戦略の集合を  $A_i = \{C, D\}$  と表せる. プレイヤー全員の選択した戦略の組 (戦略プロファイル) によって結果が決定される. ここで, 運動に貢献する戦略  $C$  が  $r^*$  人以上であれば  $P$  の価値を持つ公共財が提供され,  $r^*$  人未満の場合この社会運動は失敗し公共財は提供されないものとする. また, 社会運動に貢献したプレイヤーは  $K$  のコストを負担するとする.

定義  $n$  人チキンゲーム  $G = \langle N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N} \rangle$  は以下のように構成される.

- プレイヤーの戦略を  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  とする. ここで  $n \geq 3$  とする.

- 各プレイヤー  $i \in N$  に対し戦略の集合を  $A_i = \{C, D\}$  とする.

- 利得関数  $u_i : A \rightarrow \mathbb{R}$  は以下のように定まる.

$$u_i(a_i, a_{-i}) = \begin{cases} P - K & \text{if } a_i = C \text{ and } m(C, a_{-i}) \geq r^* \\ -K & \text{if } a_i = C \text{ and } m(C, a_{-i}) < r^* \\ P & \text{if } a_i = D \text{ and } m(D, a_{-i}) \geq r^* \\ 0 & \text{if } a_i = D \text{ and } m(D, a_{-i}) < r^* \end{cases}$$

ここで  $m$  は戦略のプロファイル  $a \in A$  に対してそのもとで運動に貢献している人数を与える関数であり, また  $K < P$  とする.

$n$  人チキンゲームでは, 公共財供給に必要な社会運動に貢献するプレイヤー数  $r^*$  は  $2 \leq r^* \leq n-1$  である.

はじめに既存のナッシュ均衡分析の結果を紹介する.

命題 1  $n$  人チキンゲームのナッシュ均衡は

- (1)  $m(a^*) = r^*$ , あるいは
- (2)  $m(a^*) = 0$

となる戦略プロファイルであり, また上記 2 タイプのみである.

この結果をみると,  $n$  人チキンゲームのようなジレンマ状況においては全員が運動に貢献しないという選択肢をとるという社会的に非効率なものが均衡として出てきている. すなわち  $m(a^*) = 0$  となるようなナッシュ均衡が存在する.

本研究では, プレイヤー間の提携の可能性を考えることで, この非効率な状態が均衡として選択されないことを示した. まず, 均衡概念として強ナッシュ均衡 (Aumann (1959)) を考える.

命題 2  $n$  人チキンゲームの強ナッシュ均衡は  $m(a^*) = r^*$  となるタイプの戦略プロファイル  $a^*$  のみである.

つぎに、形成された提携の内部でさらに各プレイヤーが逸脱する誘因を持たないという性質を持つ Coalition-Proof ナッシュ均衡 (Bernheim et al. (1987)) による分析をおこなった。

**命題 3**  $n$  人チキンゲームの Coalition-Proof ナッシュ均衡は  $m(a^*) = r^*$  となるタイプの戦略プロファイル  $a^*$  のみである。

以上 2 つの分析結果から、 $n$  人チキンゲームにおいてはプレイヤーが提携として協力して意思決定をすることを許した場合公共財が供給される状態のみが均衡となることが示された。

### 3. 展開形表現での分析

戦略形ゲームでの分析では、残された均衡におけるフリーライダーの性質が明らかではない。そこで、社会運動に貢献するか否かの意思決定が、逐次的になされる状況を展開形ゲームとして定義し部分ゲーム完全均衡による分析をおこなう。

まず、逐次的  $n$  人チキンゲームを展開形ゲームとして以下のように定義した。

**定義** 逐次的  $n$  人チキンゲーム

$\Gamma = \langle N, (A_i)_{i \in N}, H, P, (u_i)_{i \in N} \rangle$  は以下のように構成される。

- プレイヤーの集合を  $N$  とする。
- $H = \{\phi\} \cup \{(a_i)_{i=1, \dots, k} \mid a_i \in A_i \text{ for } 1 \leq k \leq n\}$  を履歴の集合をとる。ここで  $\phi$  は初期点を表わす。また、このうち結果を与える履歴の集合を  $Z = \{(a_i)_{i=1, \dots, n} \mid a_i \in A_i \text{ for } 1 \leq k \leq n\}$  とする。
- プレイヤー関数  $P: H \setminus Z$  を以下のように定める。
  - $P(\phi) = 1$ .
  - $1 \leq k \leq n-1$  なる  $h = (a_i)_{i=1, \dots, k}$  に対して  $P(h) = k+1$ .
- 各プレイヤー  $i \in N$  に対する利得関数  $u_i: Z \rightarrow \mathbb{R}$  を以下のように定める。

$$u_i(z) = \begin{cases} P - K & \text{if } a_i = C \text{ and } m(z) \geq r^* \\ -K & \text{if } a_i = C \text{ and } m(z) < r^* \\ P & \text{if } a_i = D \text{ and } m(z) \geq r^* \\ 0 & \text{if } a_i = D \text{ and } m(z) < r^* \end{cases}$$

ここで、 $a_i$  は履歴  $z$  のなかでプレイヤー  $i$  がとった戦略、 $m: H \rightarrow N \cup \{0\}$  は履歴  $h$  において  $C$  をとっているプレイヤーの数を与える関数とする。

**命題 4** 逐次的  $n$  人チキンゲーム  $\Gamma$  における部分ゲーム完全均衡は、初期点から  $n-r^*$  人目までが戦略  $D$  をとり以降  $r^*$  人のプレイヤーが戦略  $C$  をとるという結果を与えるもののみである。

このことより、各プレイヤーがゲームに参加している人数と自分が何番目に意思決定するかを知っているときさきに意思決定するプレイヤーによる意図的なフリーライドが観察されることがわかった。

### 4. まとめ

戦略形、展開形いずれのゲームにおいても、 $r^* = 1$  のときボランティアのジレンマ、 $r^* = n$  のとき調整ゲームとなるが、この両者についても  $n$  人チキンゲームと同様の分析が可能である。

今後の課題としては、逐次的  $n$  人チキンゲームの提携を考慮した解概念を用いた分析や、 $n$  や  $r^*$  がプレイヤーの共有知識になっていない場合の分析などが挙げられる。

### 参考文献

- [1] Taylor, M. and W. Hugh (1982) Chickens, Whales and Lumpy Goods: Alternative Models of Public Goods Provision, *Political Studies* 30(3) 350-370.
- [2] Lipnowski, I. and S. Maital (1983) Voluntary Provision of a Pure Public Good as the Game of 'Chicken', *Journal of Public Economics* 20 381-386.
- [3] 木村邦博 『大集団のジレンマ—集合行為と集団規模の数理—』, ミネルヴァ書房, 2002.
- [4] Aumann, R. (1959) Acceptable points in general cooperative  $n$ -person games, in *Contributions to the Theory of Games IV*: 287-324, Princeton University Press, Princeton.
- [5] Bernheim, B. D., B. Peleg and M. D. Whinston (1987) Coalition-Proof Nash Equilibria I. Concepts, *Journal of Economic Theory* 42 1-12