

年金基金のマネジャーストラクチャー問題に対する
多期間最適化モデルの適用

申請中 慶應義塾大学大学院 理工学研究科 *大木 秀一郎 OHKI Shuichiro
01505910 慶應義塾大学 理工学部 枇々木 規雄 HIBIKI Norio

1. 目的

長引く不況と低金利政策によって、年金基金(基金)は今までにない厳しい状況にある。このような環境に対応すべく、最近では長期的な視点で資産と負債の管理を行う年金 ALM 手法による資産配分計画がますます重要になってきている。一方、多くの基金では実際の運用を専門の運用機関(マネジャー)に委託しているという現実がある。よって、基金の運用強化には、狙い通りに運用を実行してくれる運用機関をいかに選び構築するかという「マネジャーストラクチャー問題」も重要な問題である。

マネジャーストラクチャー問題は従来から定性評価によって行われることが多い。近年、Waring et al.(2000)に代表されるように、この問題に対する定量的なモデルもいくつか提案されてきている。しかし、これらのモデルは 1 期間モデルであり長期運用という特徴をもった年金基金に適用するには限界がある。本研究では、この点を改善すべく多期間にわたり、この問題を取り扱うことができる多期間最適化モデルを提案し、数値実験によってモデルの特徴を検証する。

2. マネジャーストラクチャーモデル

2-1 モデル概要

マネジャーストラクチャー問題では、インデックスリターンの予測とマネジャーリターンの予測を行い、基金の意思決定の情報を反映した最適化モデルを構築する必要がある(図 1)。

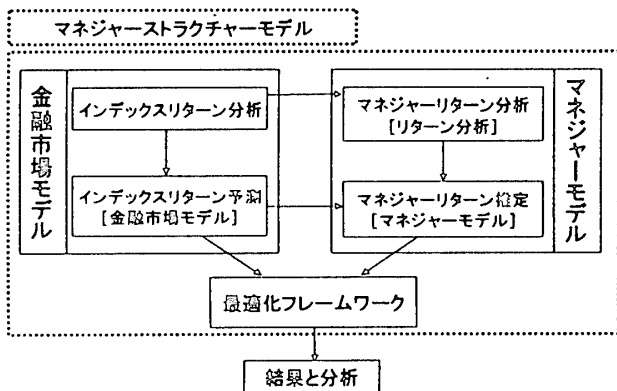


図1 マネジャーストラクチャーモデル

年金基金特有の問題を明示的に扱うことのできる最適化フレームワークが本研究の主題である。

2-2 金融市場モデル (パッシブマネジャー)

インデックスリターンの予測にはいくつかの手法があるが、その中の一つビルディング・ブロック法を用いて、インデックスリターンの生成を行う。パッシブマネジャーは、特定のインデックスに連動したリターンを獲得することが狙いであるが、ここでは簡単のため、トラッキングエラーはないと仮定し、インデックスの将来リターンをパッシブマネジャーリターンとする。

2-3 マネジャーモデル (アクティブマネジャー)

マネジャーモデルは、アクティブマネジャーの将来リターンを予測するモデルである。アクティブマネジャーのリターンを、(1)式で表されるように、インデックスリターンで説明できない部分(前半)とできる部分(後半)に分ける。

$$\tilde{r}_j = \tilde{\alpha}_j + \sum \beta_{j,k} \tilde{r}_k \quad (1)$$

- \tilde{r}_j : マネジャー j 収益率
- $\tilde{\alpha}_j$: マネジャー j 独自リターン収益率 $\sim N(\alpha_j, \sigma_j^2)$
- $\beta_{j,k}$: マネジャー j の投資スタイル
- \tilde{r}_k : インデックス k 収益率

インデックスで説明できない部分は各マネジャーの独自リターンとして扱い、将来のリターンを生成する。金融市場モデルで作成したインデックスリターンにこれらの独自リターンを合成し、マネジャーリターンを作成する。

2-4 最適化モデル

年金基金の第一の目的は、「現在と将来の年金受給者に対して約束された額の年金を約束した期間支払うこと」である。よって運用目標は「予定した運用利回りを達成すること」である。基金は運用プロセスに従って目標の達成を目指すことになる。

資産配分を決定した後の作業であるマネジャーストラクチャーの目的には二つのことが考えられる。

- 第一目的: 策定した資産配分の忠実な実現
- 第二目的: パッシブ運用収益に超過収益を加える

第二目的までを達成するには、リスク管理下でのアクティブ運用が不可欠である。また、年金基金の運用が「長期運用」であることも考え、これらを解決するために、以下の2つの考え方を取り入れたモデルを本研究で提案する。

(1)多期間最適化モデル

基金の運用は主に5年ごとの財政再計算を区切りとして考える場合が多い。したがって、平均分散モデルのような1期間モデルでは、5年間を1期間とすると途中のリバランスを考慮できず、1年間を1期間とすると、モデルの最適解が5年で考えた場合の最適解とは一般に一致しない。

このような問題を解決するために、途中のリバランスも考慮できる多期間モデルを適用する。

(2)リスクバジェットイング

年金基金にとってダウンサイドリスクをコントロールすることはきわめて重要である。そこで、リスク指標をCVaRとして、リスクが一定以上の値をとらないように制約を付け加える。この値を、リスク予算(リスクバジェット:RB)と言う。このRBを各基金が設定することにより、最適マネジャーストラクチャーを構築することができる。これは定式化に以下の制約式を加えることによって表現される。

t 時点でのリスクバジェットイング

$$\beta\%CVaR_t \leq RB \quad (2)$$

2-5 定式化

以上のことを考慮して定式化し、最適解を求める。

目的関数

最終時点での富の最大化

$$\text{Maximize } \frac{1}{T} \sum W_T^{(i)} \quad (3)$$

制約

0 時点での配分決定

$$\sum_{jp=1}^P x_{jp,0} + \sum_{ja=1}^A x_{ja,0} + v_0 - W_0 \quad (4)$$

0 時点の配分決定による1 時点の富

$$W_1^{(i)} = \sum_{jp=1}^P (1 + \mu_{jp,1}^{(i)}) x_{jp,0} + \sum_{ja=1}^A (1 + \mu_{ja,1}^{(i)}) x_{ja,0} + (1 + r_0) v_0 \quad (5)$$

1 時点での配分決定および t 時点での富

$$\sum_{jp=1}^P x_{jp,t} + \sum_{ja=1}^A x_{ja,t} + v_t^{(i)} = W_t^{(i)} \quad (t = 1, \dots, T-1) \quad (6)$$

$$W_t^{(i)} = \sum_{jp=1}^P (1 + \mu_{jp,t}^{(i)}) x_{jp,t-1} + \sum_{ja=1}^A (1 + \mu_{ja,t}^{(i)}) x_{ja,t-1} \quad (7)$$

$$+ (1 + r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} \quad (t = 2, \dots, T)$$

その他非負制約

添字

t : 期間または時点を表す

i : 経路(パス)を表す ($i = 1, \dots, I$)

パラメータ W_0 : 0時点の資産残高

$\mu_{jp,t}^{(i)}$: パッシブマネジャー jp の収益率 ($jp = 1, \dots, P$)

$\mu_{ja,t}^{(i)}$: アクティブマネジャー ja の収益率 ($ja = 1, \dots, A$)

r_0 : 0時点における期間1の金利

$r_t^{(i)}$: t 時点における期間 $t+1$ の金利

RB: 年金基金が設定するリスク予算

決定変数 $\beta\%CVaR$: 確率水準 β のもとでの CVaR

$x_{jp,t}$: パッシブマネジャー jp への委託額

$x_{ja,t}$: アクティブマネジャー ja への委託額

v_0 : 0時点の現金(コールローン)の運用額

$v_t^{(i)}$: t 時点の現金(コールローン)の運用額

$W_t^{(i)}$: 年金基金の富

3. 結果

パッシブマネジャーおよびアクティブマネジャーを4人ずつ入れた場合の結果を例として示す。

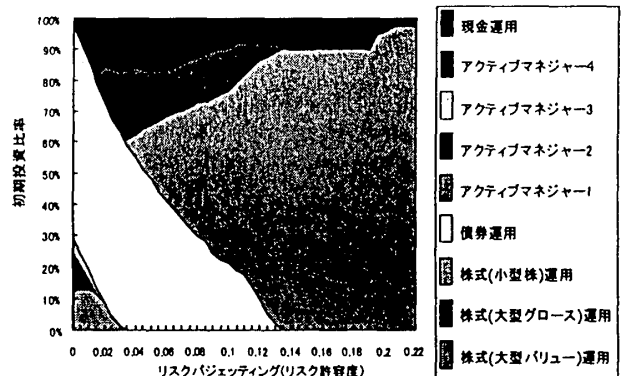


図2 実行結果例

4. 結論と今後の課題

本研究は、今まで定性的な意思決定や1期間モデルによるモデル化が行われていたマネジャーストラクチャー問題に、多期間最適化モデルを適用することを提案した。多期間モデルを用いることによって、1年ごとの短期リスク管理を行いながら5年という長期間のリターンを最大化するという年金運用の特徴のモデル化が可能となった。今後はモデルの精度向上のため、マネジャー評価の方法を改良した場合の分析などさらなる検証を行う必要がある。

参考文献

- [1] Waring, B., Whitney, D., Pione, J. and Castille, C. (2000), "Optimizing Manager Structure and Risk Budgeting Manager Risk", *The Journal of Portfolio Management*, pp. 90-104.
- [2] 枇々木規雄(2001), *金融工学と最適化*, 朝倉書店.