

# 事業リスクを管理するための天候デリバティブの価格付け

申請中 東京工業大学 穂坂 悠 HOSAKA Yu  
01603800 東京工業大学 水野 眞治 MIZUNO Shinji

## 1 はじめに

天候デリバティブとは特定の地域、時点の気温や降水量などの条件により授受を行う契約である。企業の収益が天候に変動してしまうというリスクを抑える役割を持ち、金融商品の一つとして取引が増えてきている。しかしながら、まだ再保険市場が未発達なため市場価格が得られるとは言い難く、株式や債券等のデリバティブと同様の手法で価格付けされるとは限らない。そこで本研究では事業リスクを管理しようとする企業側からみた合理的な価格を求め、企業の特徴とリスクを抑える為に購入する際の価格との関係について研究する。

## 2 研究概要

本研究の目的は、気温によって需要が変動する商品 を売る企業が、天候デリバティブを合理的に購入する 価格を決定することである。

気温によって需要が変動するため、まず現実が反映 されるように気温のモデルを設定する。次に気温に対 する需要を仮定する。気温に対する需要の変化は事業 によって様々であるので、数種類の仮定で計算実験を 行う。またリードタイムの存在もモデルに含める。発 注品が届くまで1週間かかるならば、1週間後以降の 温度予測に基づいて、収益の期待値が最大になるよう に発注するものとする。リードタイムの長さにも数種 類の仮定をおく。

ここで、ある事業の気温に対する需要の変化とリー ドタイムが与えられたものとする。発注方法が決まる ので、気温の変動に対して事業収益がどう変動するの かがわかる。

最終的に、事業収益に対するリスクを考慮した NPV(ネットプレゼントバリュー)の値と、天候デリ バティブを買っていたときの事業収益に対する NPV の値を比較し、後者のNPVが前者以上であればデリ バティブを購入する。すなわち等しくなる値が企業側

からみた合理的な価格となる。

このような研究方法でデリバティブの価格を決定す るために、いくつかのモデルが必要となる。それは、 気温変動のモデル、気温に対する需要の変化、発注量 決定のための収益最大化モデル、デリバティブ購入決 定モデルである。以下で各モデルについて説明する。

## 3 モデルと計算実験方法

気温 気温は季節である程度予測できる値である。よ って、合理的な意思決定をするためのモデルには、そ ういった予測される傾向を含んでいなければならない。今回用いるモデルでは以下の特徴を反映させて いる。

- 気温の動きは基準気温の周囲を変動している
- 基準気温には季節変動を含んでいる
- 温暖化傾向を考慮している
- 気温の自己回帰性を含んでいる

上記の特徴を持つモデルを生成するために、まず、 基準となる気温として時点  $t$  での年平均温度  $\bar{Y}_t$  と1年 間の上昇気温を  $\beta$  とした温暖化傾向の和を与える。実 際の気温  $Y_t$  との差を  $U_t$  とし、 $U_t$  に自己回帰性を 与える。

$$U_t = \sum_{i=1}^k \rho_i U_{t-i} + \sigma_t \xi_t,$$

$$\xi_t \sim i.i.d.N(0, 1), \quad \forall t = 1, \dots, T,$$

$$U_t = Y_t - \left( \bar{Y}_t + \frac{\beta}{365} \left( t - \frac{T}{2} \right) \right).$$

このモデルは Cao and Wei[1] のモデルから、東京 のデータに合うように  $\sigma_t$  が sin カーブであるという 条件を取り除いたものである。代わりに  $\sigma_t$  を一定期 間同じであると仮定して、各期間ごとにモデルを作成 している。

温度に対する需要変化とリードタイム 気温  $Y$  に対する需要  $f(Y)$  とリードタイムは事業により異なる。一定温度を超えると良く売れると言われている商品も存在するので、 $f(Y)$  は線形だけでなく、途中で傾きが変わる線形、2次関数などでも実験を行っている。

リードタイムは存在しない事業から1ヶ月存在する事業まで実験している。

発注量決定 次に、予測される温度に対してどのように発注するのが最適化を用いてモデル化する。説明のため具体的に8月1日～7日に売る分をリードタイム1週間の7月24日夜に発注するものとする。

$p, c$  を単位当たりの売却価格、原価、7月24日終了時点での在庫量を  $q$ 、発注量を  $x$  とし、 $y$  を発注品到着後の7月31日夜の在庫量とする。 $f(Y_1), \dots, f(Y_{14})$  は、7月24日までの気温を既知としたときの7月25日～8月7日の需要予測で確率変数になる。また8月1日～8月7日の単位当たりの在庫コストを  $c_1, \dots, c_7$  とすると、以下のように予想売上 - コストが最大になるよう発注するものになる。

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & E \left[ p \min \left( \sum_{i=8}^{14} f(Y_i), y \right) - cx \right. \\ & \left. - \sum_{k=8}^{14} c_k - 7 \max \left( y - \sum_{i=8}^k f(Y_i), 0 \right) \right], \\ \text{s.t.} \quad & y = x + \max \left( q - E \left[ \sum_{i=1}^7 f(Y_i) \right], 0 \right). \end{aligned}$$

第1項は8月1週の総売上、第2項は原価、第3項は在庫コストである。在庫コストは機会損失費用とみることでもできる。制約は発注量と7月31日までに残った商品の和が7月31日夜の在庫量になることを表している。到着して時間が経つほど、商品は陳腐化されてしまうので、 $c_k$  は  $k$  について単調増加させるのが自然な仮定である。

価格決定 最終的にこのような企業がデリバティブを買うのに合理的な価格を求める。上記のルールで発注したときの最終的な収益に対して、NPVを抑えられれば、購入するものとする。

まず、正規乱数を用いて気温のサンプルパスを発生させる。このサンプルパスが実際に起こりうる一つの気温の過程となる。ここで気温に対する需要どおりに商品を提供できれば最大の収益を得られるが、実際にはリードタイムが存在する事業もあり、理想的に供給できるとは限らない。そこで、上述の発注量決定モデルを用いた結果で実際に発注するものとして、事業の

収益を求める。この値が、気温サンプルパスに対する事業収益となる。

天候デリバティブは、平均気温や一定温度に対する超過日数、超過温度数 (CDD, HDD) など様々な原資産の商品があり、そういったデリバティブを実際に買った場合の事業収益も求める。ここでデリバティブを買わないときの事業収益のNPVと、買ったときのNPVを比較し、後者が高いならば企業はデリバティブを購入することになる。最終的には、期待値が等しくなる場合の価格が今回求めている合理的な価格である。

リスクを考慮したNPVの詳細については、D.G.Luenberger[2]を参照のこと。

## 4 実験結果

実験結果の詳細は当日の発表で述べる。

## 5 まとめと今後の課題

本論文では、天候デリバティブを実際に天候リスクを負っている企業からみた合理的な価格を導き出した。温度に対する需要の変化やリードタイムの違いにより、どのような変化が見られるのか研究を行なった。

現在、天候デリバティブ市場はまだ実験段階の域を出ていないと見られており、流動性の向上が必要となっている。市場参加者を増やすためには、実際に天候リスクを負っている企業が積極的に購入する必要があり、事業側に焦点を当てている。

今回発注量の決定方法を上記のようにモデル化したが、実際は天候デリバティブを購入することでより積極的に発注しようとすることも考えられる。今後の課題としてそういった結果と比較考察することや、天候デリバティブをよりマクロ的に見た均衡モデル Cao and Wei[1]と比較することが挙げられる。

## 参考文献

- [1] Melanie Cao and Jason Wei, "Equilibrium Valuation of Weather Derivatives", Working Paper, 2001.
- [2] David G. Luenberger, "Investment Science", Oxford University Press, 1998.