日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年春季研究発表会

電源計画への確率計画法の応用

01205890 （財）電力中央研究所 椎名 孝之 SHIINA Takayuki

1 背景と目的

電力システムの設計, 計画, 運用などの問題に対しては、従来は確定的な条件下で数理計画法が用いられてきた。電力自由化後は競争が促進されるという効果が予想されるが、発電・送電の一体的な設備形成を阻害し、安定供給に悪影響を与えることがありうる。そのため意思決定においては、不確実な状況下で行われることを考慮して最適化が図らなければならない。短期の発電機の起動停止問題に対しては、需要変動を考慮した確率計画モデル (椎名 [5], Shiina-Birge[7]) が開発されている。本稿では、確率計画法 (Birge-Louveaux [2], 椎名 [4]) を応用した電源計画を考える。罰金に対する償還請求を有する確率計画法 (stochastic programming with recourse) では、制約に確率変数が含まれるとき、制約が満たされない場合に罰金を与え、罰金に対する償還請求 (recourse) の期待値を含む目的関数を最小化する。この問題に対しては、Benders の分解法を応用した L-shaped 法 (Van Slyke-Wets [8]) が知られている。多期間の問題に対しては、L-shaped 法は nested decomposition 法 (Birge[1]) へと拡張され、問題が block separable recourse (Louveaux [3]) という性質を持つとき、L-shaped 法はさらに効率化できる。

2 電源計画問題の定式化

次のように記号を定義する。ただし、H, n, m をそれぞれ計画期間数、発電設備の数、負荷持続曲線における負荷領域数とする。

- $a_i =$ 発電設備 i の稼働率;
- $g_i^t =$ 第 t 期における発電設備 i の容量 (第 0 期以前にあらかじめ決定されている);
- $C_i^t =$ 第 t に建設可能な発電設備 i の容量の上限;
- $r_i^t =$ 第 t 期における発電設備 i の単位容量当たり建設費用；
- $f_i^t =$ 第 t 期における発電設備 i の建設費用；
- $q_i^t =$ 第 t 期における発電設備 i の発電費用;
- $d_j^t =$ 第 t 期における負荷領域 j の負荷量;
- $\tau_j^t =$ 第 t 期における負荷領域 j の持続時間.

問題に含まれるパラメータ (r^t, f^t, q^t, d^t, τ^t) を既知の有限な離散確率分布に従う確率変数ベクトルとし、その分布の台を $\Xi^t = \{\xi_s^t = (r_s^t, f_s^t, q_s^t, d_s^t, \tau_s^t), s = 1, \ldots, k_t\}, P(\Xi^t) = 1$ とする。確率変数ベクトルの第 t 期までの実現値の列 $(\xi^1, \ldots \xi^t)$ は第 t 期までのシナリオと呼ばれ、シナリオツリーを用いて表される。$K_t = k_1 \times \cdots \times k_t$ とすると、最終第 H 期までのシナリオの総数は K_H となる。シナリオツリーにおける第 $t-1$ 期までのシナリオ s を含む第 t 期までのシナリオ集合を $D^t(s)$ で表し、t 期までのシナリオ s に含まれる $t-1$ 期までのシナリオを $\alpha(s,t)$ と表す。

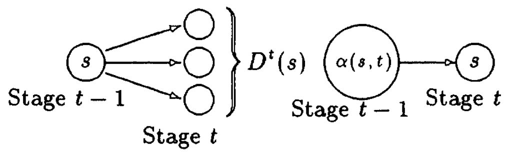

図 1: シナリオツリー

決定変数を以下のように定義する。

- $x_i^t =$ 第 t 期に建設する発電設備 i の容量;
- $w_i^t =$ 第 t 期に稼動可能な発電設備 i の容量;
- $v_i^t = \begin{cases} 1, & \text{第 } t \text{ 期に設備 } i \text{ が建設される場合;} \\ 0, & \text{それ以外の場合;} \end{cases}$
- $y_{ij}^t =$ 第 t 期、負荷領域 j における設備 i の出力.

決定変数 $x^t, w^t, v^t, v^t, t = 1, \ldots, H$ のそれぞれは、シナリオに応じて変動するリコース変数であるものと定義する。

(電源計画の多期間確率計画モデル)

$$\min \sum_{i=1}^{n} (r_i^0 w_i^0 + f_i^0 v_i^0)$$
$$+E_{\xi^1} \Bigg[\min \sum_{i=1}^{n} (r_i^1 w_i^1 + q_i^1 \sum_{j=1}^{m} \tau_j^1 y_{ij}^1 + f_i^1 v_i^1)$$
$$\cdots + E_{\xi^H | \xi^1 \ldots \xi^{H-1}}$$
$$[\min \sum_{i=1}^{n} (r_i^H w_i^H + q_i^H \sum_{j=1}^{m} \tau_j^H y_{ij}^H + f_i^H v_i^H)] \cdots \Bigg]$$

subject to

$$w_i^0 = x_i^0, i = 1, \ldots, n$$
$$w_i^1 = w_i^0 + x_i^1, i = 1, \ldots, n, \text{a.s.}$$
$$w_i^t = w_i^{t-1} + x_i^t, i = 1, \ldots, n, t = 2, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$x_i^0 \le C_i^0 v_i^0, i = 1, \ldots, n$$
$$x_i^t \le C_i^t v_i^t, i = 1, \ldots, n, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^t = d_j^t, j = 1, \ldots, m, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$\sum_{j=1}^{m} y_{ij}^t \le a_i (g_i^t + w_i^{t-1}), i = 1, \ldots, n, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$v_i^0 \in \{0, 1\}, v_i^t \in \{0, 1\}, i = 1, \ldots, n, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$w_i^0 \ge 0, w_i^t \ge 0, i = 1, \ldots, n, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$x_i^0 \ge 0, x_i^t \ge 0, i = 1, \ldots, n, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$
$$y_{ij}^t \ge 0, i = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, m, t = 1, \ldots, H, \text{a.s.}$$

3 L-shaped 法に基づく解法

Shiina-Birge[6] に基づく解法を以下に示す。(Master Problem) では、設備の建設に関わる変数のみを含み、発電出力に関する変数は含まないことに注意されたい。

(Master Problem):min

$$\sum_{i=1}^{n}(r_i^{1,0}w_i^{1,0}+f_i^{1,0}v_i^{1,0})$$
$$+\sum_{s=1}^{K_1}p_s^1\sum_{i=1}^{n}(r_i^{s1}w_i^{s1}+f_i^{s1}v_i^{s1})$$
$$\dots+\sum_{s=1}^{K_H}p_s^H\sum_{i=1}^{n}(r_i^{sH}w_i^{sH}+f_i^{sH}v_i^{sH})$$
$$+\sum_{s=1}^{K_1}p_s^1\theta_s^1+\dots+\sum_{s=1}^{K_H}p_s^H\theta_s^H$$

subject to

$w_i^{1,0}=x_i^{1,0}, i=1,\dots,n$
$w_i^{st}=w_i^{\alpha(s,t),t-1}+x_i^{st},$
$\quad i=1,\dots,n, s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$
$x_i^{st}\le C_i^t v_i^{st}, i=1,\dots,n, s=1,\dots,K_t, t=0,1,\dots,H$
$v_i^{st}\in\{0,1\}, i=1,\dots,n, s=1,\dots,K_t, t=0,1,\dots,H$
$w_i^{st}, x_i^{st}\ge 0, i=1,\dots,n, s=1,\dots,K_t, t=0,1,\dots,H$
$(\theta_s^t\ge Q_s^t(w^{\alpha(s,t),t-1}), s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H)$

(Master Problem) の解を $v_i^{*st}, w_i^{*st}, x_i^{*st} i=1,\dots,n, s=0,1,\dots,K_t, t=1,\dots,H,\ \theta_s^{*t}, s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$, とし、発電費用を最小化するリコース問題を解く。

(第 t 期までのシナリオ s に対するリコース問題)

$$Q_s^t(w^{*\alpha(s,t),t-1})$$
$$=\min\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}q_i^{st}\tau_j^{st}y_{ij}^{st}\mid\sum_{i=1}^{n}y_{ij}^{st}=d_j^{st}, j=1,\dots,m$$
$$\sum_{j=1}^{m}y_{ij}^{st}\le a_i(g_i^t+w_i^{*\alpha(s,t),t-1}), i=1,\dots,n$$
$$y_{ij}^{st}\ge 0, i=1,\dots,n, j=1,\dots,m\}$$
$$=\max\{\sum_{j=1}^{m}d_j^{st}\lambda_j^{st}-\sum_{i=1}^{n}a_i(g_i^t+w_i^{*\alpha(s,t),t-1})\mu_i^{st}\mid$$
$$\lambda_j^{st}-\mu_i^{st}\le q_i^{st}\tau_j^{st}, j=1,\dots,m, i=1,\dots,n$$
$$\mu_i\ge 0, i=1,\dots,n\}$$

もし $Q_s^t(w^{*\alpha(s,t),t-1})=+\infty$, となる場合は、$w^{*\alpha(s,t),t-1}$ は実行可能解でないため、リコース問題の双対問題（最大化問題）に $\sum_{j=1}^{m}d_j^{st}\tilde{\lambda}_j^{st}-\sum_{i=1}^{n}a_i(g_i^t+w_i^{*\alpha(s,t),t-1})\tilde{\mu}_i^{st}>0$ かつ $\tilde{\lambda}_j^{st}-\tilde{\mu}_i^{st}\le 0$ となる無限解 $\tilde{\lambda}_j^{st}, j=1,\dots,m, \tilde{\mu}_i^{st}(\ge 0), i=1,\dots,n$ が存在する。これを用いて (1) の実行可能性カット (feasibility cut) を生成できる。

$$\sum_{j=1}^{m}d_j^{st}\tilde{\lambda}_j^{st}-\sum_{i=1}^{n}a_i(g_i^t+w_i^{\alpha(s,t),t-1})\tilde{\mu}_i^{st}\le 0 \qquad (1)$$

また、$\theta_s^{*t}<Q_s^t(w^{*\alpha(s,t),t-1})$ である場合は、リコース問題の最適双対解 $\lambda_j^{*st}, j=1,\dots,m, \mu_i^{*st}, i=1,\dots,n$ を用いて (2) の最適性カット (optimality cut) を生成できる。

$$\theta_s^t\ge\sum_{j=1}^{m}d_j^{st}\lambda_j^{*st}-\sum_{i=1}^{n}a_i(g_i^t+w_i^{\alpha(s,t),t-1})\mu_i^{*st} \qquad (2)$$

- **Step 1.** (Master Problem) を分枝限定法を用いて解き、$w_i^{*st}, i=1,\dots,n, s=0,1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$, $\theta_s^{*t}, s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$ をその解とする。
- **Step 2.** リコース問題 $Q_{s'}^t(w^{*s,t-1})$ を $\forall s'\in D^t(s)$ $s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$ に対して解く。
- **Step 3.** 第 t 期までのシナリオ s,$s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$ に対するリコース問題のいずれかがが実行不可能ならば、対応する実行可能性カット (1) を (Master Problem) に加え、ステップ 1 へ。
- **Step 4.** 第 t 期までのシナリオ s,$s=1,\dots,K_t, t=1,\dots,H$ に対するリコース問題のいずれかにおいて、$\theta_s^{*t}<(1-\varepsilon)Q_s^t(w^{*s,t-1})$ となる場合、最適性カット (2) を (Master Problem) に加え、ステップ 1 へ ($\varepsilon>0$: 許容誤差)。
- **Step 5.** 最適性カットが生成できない場合は終了。

図 2: 整数条件を考慮した L-shaped Method

参考文献

[1] J. R. Birge, Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs. *Operations Research*, **33**(1985), 989–1007.

[2] J. R. Birge and F.V. Louveaux, *Introduction to Stochastic Programming*. Springer-Verlag, 1997.

[3] F. V. Louveaux, Multistage stochastic programs with recourse with block-separable recourse. *Mathematical Programming Study*, **28**(1986), 48-62.

[4] 椎名孝之, 確率計画法. In 久保幹雄, 田村明久, 松井知己編, 応用数理計画ハンドブック (第 13 章 (710–769), 朝倉書店, 2002).

[5] 椎名孝之, 確率計画法による発電機起動停止問題. 日本応用数理学会論文誌, **13**(2003) 37–50.

[6] T. Shiina and J. R. Birge, Multistage stochastic programming model for electric power capacity expansion problem. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, **20**(2003), 379-397.

[7] T. Shiina and J. R. Birge, Stochastic unit commitment problem. *International Transactions in Operational Research*, **11**(2004), 19-32.

[8] R. Van Slyke and R. J.-B. Wets, L-shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic linear programs, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **17**(1969), 638-663.