

費用面を評価する問題へのリアルオプション

申請中 東京理科大学 *加藤 洋輝 KATO Hiroki
01701440 東京理科大学 山口 俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

1 はじめに

リアルオプションとは、金融資産を評価するためのオプション理論を実物資産を評価するために応用したものである。適用することで、状況の変化に応じて適切な変更を加えることができる柔軟性を加味した価値を算出することができる。リアルオプションの適用範囲は拡大しており、現在は多くの意思決定に適用されている。

リアルオプションを利用して、不確実な価格を持つサプライヤーとの契約を評価する研究に Chung ら [1] がある。これは費用面での分析を行っているが、標準偏差が考慮されていないために、期待値よりも高い費用が発生する確率を大きくしてしまう場合がある。

よって、本発表では期待値だけでなく標準偏差を考慮にいたした評価方法を提案する。

2 コストモデル

本発表では、時点 T での需要 D_T を満たすため、あるサプライヤーと時点 0 で契約をして、時点 T までに材料を購入しなければならない企業を考える。この企業は複数のサプライヤーから提案された契約から最適な契約を結ぶ必要がある。

2.1 柔軟性

契約には「とない場合を考える。時間の柔軟性がない契約は時点 0 で購入する時点を明示する必要がある。時間の柔軟性がある契約はを時点 0 で購入する時点を明示する必要がないので購入のタイミングを材料の価格変動を見ながら決めることができる。

2.2 割引全体価格

サプライヤーとの契約はリスク共有契約であるとし、サプライヤーからの t 時点での購入価格 $g(P_t)$ は以下の式によって表されるものとする。

$$g(P_t) = \begin{cases} P_t - \lambda(P_t - P_+) & \text{if } P_t > P_+, \\ P_t & \text{if } P_- \leq P_t \leq P_+, \\ P_t + \lambda(P_- - P_t) & \text{if } P_- > P_t \end{cases}$$

λ をリスク共有度と呼び、 P_+ と P_- を超えた場合のリスクを企業とサプライヤーで共有する度合いを表している。

よって時点 t で購入する場合にかかる全ての費用の現在価値は以下のように表される。

$$DT(P_t) = e^{-rt} [g(P_t) + hg(P_t)(T - t)]$$

ここで、 r は割引率、 h は保有コストのパラメーターである。

2.3 材料の価格過程

材料の市場価値 P は幾何ブラウン運動に従い、 t 時点の材料の市場価格 P_t は以下のように表すことができると仮定する。

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dz$$

μ を価格のドリフト率、 σ を価格のボラティリティ、 dz をウィナー過程に従う変数の単位時間当たり増分とする。

3 最適な契約

最適な契約を出すために、各契約で最適な購入戦略を見つける必要がある。

3.1 リアルオプション

Chung らの研究 [1] では柔軟性の価値を加味する評価する手法であるリアル・オプションを用いて、期待値が最小となる購入戦略を特定している。しかし、時間の柔軟性がある契約の場合には標準偏差が考慮されていないために、期待値よりも高い費用が発生する確率を大きくしてしまう場合がある。

図1は分岐数 $N = 4, T = 1, P_0 = 1, \lambda = 1, P_+ = 1.25, P_- = 0.875, h = 12\%, r = 10\%, \mu = 0.25, \sigma = 0.5$ としたときの全ての購入戦略の期待値、標準偏差をプロットした図である。ここでの標準偏差は解析的に求めている。

リアルオプションによって求められる購入戦略は図の一番下に位置する点である。図1からわかるように時点0で購入する購入戦略はリスクがない。この2つの点を結んだ線より下にある点がある。これは同じ標準偏差を持つ購買行動で期待値が低いものが存在することを示している。

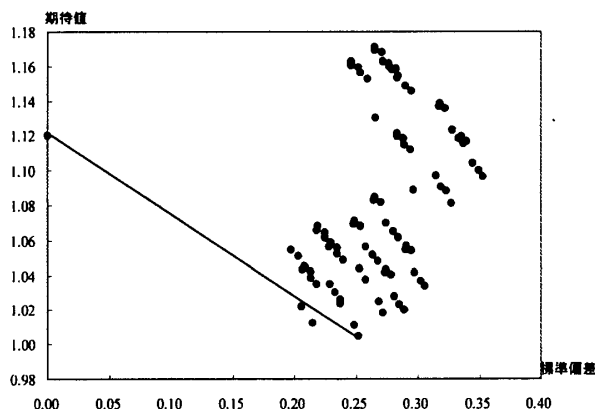


図 1: 全行動戦略プロット

4 提案手法

4.1 手順

期待値だけでなく標準偏差を考慮にいれてリアルオプションを適用した評価手順を示す。

step 1: 幾何ブラウン運動の近似として二項モデルのパラメーターを算出して、リスク中立確率からサンプルパスを生成する。

step 2: 生成したサンプルパスから二項ツリーを構築する。

step 3: リアルオプションを用いて期待値が最小となるLE行動) 求め、標準偏差を推定する。

step 4: LE行動から別の行動をつくり、その期待値・標準偏差を推定する。

step 5: 期待値・標準偏差を推定した全ての行動を期待値-標準偏差ダイアグラム上にプロットし、効率的フロンティアを作成する。

step 6: 0時点で購入する購入戦略(以下ZS行動)の費用を算出する。ZS行動の標準偏差は0となるのでリスクがない購入戦略である

step 7: 0時点での購入点から効率的フロンティア接線

を引きその接点を最適行動とする。

4.2 標準偏差

標準偏差を求めるためには購入するノードでの市場価格と発生確率が必要である。しかし2項ツリーの分岐数 N とすると $P(N) = \sum_{i=0}^N \sum_{k=i}^i C_k = 2^{N-1} - 1$ となり、 N が大きい場合は解析的に発生確率を求めることはできない。よって、市場価格のサンプルパスを生成して推定する。

4.3 購入戦略

2項ツリーの分岐数 N を増やすと考えなければいけない購入戦略は $N!$ 以上となり全部の行動の期待値・標準偏差を計算するのは不可能である。よってLE行動から探索的に新たな購入戦略を作成する。

標準偏差を小さくする方法は以下の2点である。

1. 一つ前の時点で購入する
2. 新たな購入するノードを作る

4.4 分析結果と考察

モデルの計算例は発表時に報告する。

5 おわりに

本発表ではリアルオプションを費用面での意思決定に適用する場合に標準偏差を考慮した評価方法を提案した。提案手法を用いることで、期待値よりも高い費用が発生する確率を大きくしてしまう場合がある。高い費用を支払う確率を抑制することができる。また、ZS行動、最適購入戦略、LE行動の組み合わせによって標準偏差をコントロールすることができる。

今後の課題としては、より効率的な探索方法の作成、標準偏差の推定誤差を軽減できる幾何ブラウン運動の近似方法の作成が挙げられる。

参考文献

- [1] Chung-Lun Li, Panos Kouvelis: "Flexible and Risk-Sharing Supply Contract Under Price Uncertainty", Management Science, Vol.45, No.10, pp.1378-1398(1999).