日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年春季研究発表会

2種類の点検をもつ最適取替方策

02602443 愛知工業大学大学院 *水谷聡志 MIZUTANI Satoshi
01400043 愛知工業大学 中川覃夫 NAKAGAWA Toshio

1 はじめに

本研究では，2種類の点検をもつシステムに対し，与えられた点検回数で取替を実施するモデルを考える．具体的に，1回の実施に必要な費用は小さいが，故障によって検出不能な場合が存在するType-1点検と，全ての故障が検出可能であるが，1回の実施費用が大きいため，Type-1点検より少ない頻度で実施されるType-2点検を考える[1]．ここでは，Type-1点検を一定回数実施する毎にType-2点検を実施するとする．このようなシステムに対して，N回目のType-2点検で取替を行うモデルを考える．具体的な例として，電子制御装置などの自己診断と外部からテスタなどを用いた点検や，航空機や発電設備などの日常点検と大がかりな整備点検がある[2]．

このようなモデルに対して，信頼性理論の点検方策を応用し，故障検出までの期待時間と期待費用，単位時間当りの総期待費用を導出し，解析する．

2 モデル化

このようなモデルに対し，以下の様に仮定する．

(1) Type-1点検は，一定時間間隔T $(0 < T < \infty)$毎に行う．すなわち，時刻jT $(j = 1, 2, \ldots, Nm)$で点検する．さらに，m回目毎にType-2点検を行う．すなわち，Type-2点検を時刻kmT $(k = 1, 2, \ldots, N)$で実施する．従って，システムが取替までに動作する期間は，故障が発生し，次の点検で検出されるか，N回目のType-2点検まで故障せずに稼動するかのどちらかである．取替後，システムは新品同様になる．

(2) システムの故障分布は，有限な平均$1/\lambda$をもつ一般分布$F(t)$に従うとし，$\overline{F}(t) \equiv 1 - F(t)$とおく．

(3) システムに故障が発生したとき，確率p $(0 \le p \le 1)$でその故障は，Type-1点検で検出可能とする．また，確率$1-p$でその故障は，Type-1点検で検出不可能であり，Type-2点検でのみ検出可能とする．

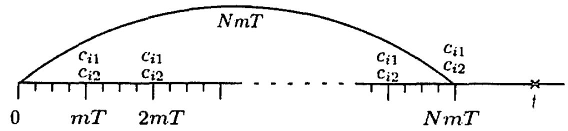

図1: $NmT < t$の場合

(4) Type-1点検を一回実施することに要する費用をc_{i1}とする．また，Type-2点検を一回実施することに要する費用について，c_{i1}との差分をc_{i2}とする．すなわち，Type-2点検を1回実施する費用は$c_{i2}+c_{i1}$である．システムの故障発生から，定期点検による検出までの時間にかかる損失費用を，単位時間当りc_dと，取替費用をc_rとする．

このとき，システムの時刻0における稼動開始から，故障検出かN回目のType-2点検での取替までのシステム過程は，時刻tで故障が発生したとすると次のように場合分けできる．

1) $NmT < t$の場合(図1)
取替までの期待時間は

$$\int_{NmT}^{\infty} NmT\, dF(t) = NmT\overline{F}(NmT). \tag{1}$$

さらに，取替までの期待費用は

$$\int_{NmT}^{\infty} (Nmc_{i1} + Nc_{i2} + c_r)\, dF(t) = (Nmc_{i1} + Nc_{i2} + c_r)\overline{F}(NmT). \tag{2}$$

2) 時刻t $(kmT + jT < t \le kmT + (j+1)T \le Nmt)$に確率$p$でType-1点検で検出可能な故障が発生する場合(図2)
取替までの期待時間は

$$\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{m-1}\int_{kmT+jT}^{kmT+(j+1)T} [kmT + (j+1)T]\, dF(t) = T\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT) - NmT\overline{F}(NmT). \tag{3}$$

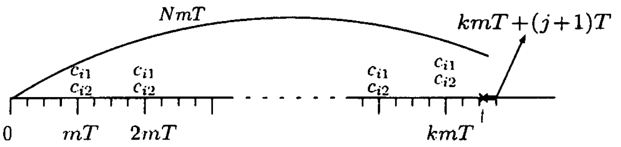

図 2: $kmT + j < t < kmT + (j+1)T$ の場合

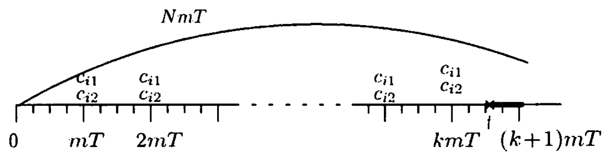

図 3: $kmT < t \leq (k+1)T \leq NmT$ の場合

さらに，取替までの期待費用は

$$\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{m-1}\int_{kmT+jT}^{kmT+(j+1)T}\{[km+(j+1)]c_{i1}+kc_{i2}$$
$$+[kmT+(j+1)T-t]c_d+c_r\}\,dF(t)$$
$$=c_rF(NmT)+c_{i1}\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT)$$
$$+c_{i2}\sum_{k=1}^{N}\overline{F}(kmT)-N(mc_{i1}+c_{i2})\overline{F}(NmT)$$
$$+c_d\left[T\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT)-\int_0^{NmT}\overline{F}(t)\,dt\right]. \quad (4)$$

3）時刻 t ($kmT < t \leq (k+1)T \leq NmT$) に確率 $1-p$ で Type-2 点検のみで検出可能な故障が発生する場合 (図 3)

取替までの期待時間は

$$\sum_{k=0}^{N-1}\int_{kmT}^{(k+1)mT}(k+1)mTdF(t)$$
$$=mT\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)-NmT\overline{F}(NmT). \quad (5)$$

さらに，取替までの期待費用は

$$\sum_{k=0}^{N-1}\int_{kmT}^{(k+1)mT}\{(k+1)mc_{i1}+(k+1)c_{i2}$$
$$+[(k+1)mT-t]c_d+c_r\}dF(t)$$
$$=(mc_{i1}+c_{i2})\left[\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)-N\overline{F}(NmT)\right]$$
$$+c_d\left[mT\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)-\int_0^{NmT}\overline{F}(t)\,dt\right]$$
$$+c_rF(NmT). \quad (6)$$

これより，取替までの総期待時間は，式 (1), (3), (5) を合計して，次のように与えられる．

$$p\left[T\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT)\right]+(1-p)\left[mT\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)\right]. \quad (7)$$

同様に，取替までの総期待費用は，式 (2), (4), (6) を合計して，次式で与えられる．

$$c_r-c_d\int_0^{NmT}\overline{F}(t)\,dt$$
$$+(c_{i1}+c_dT)\left[p\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT)+(1-p)m\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)\right]$$
$$+c_{i2}\left[p\sum_{k=1}^{N}\overline{F}(kmT)+(1-p)\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)\right]. \quad (8)$$

よって単位時間当たりの期待費用は

$$c_d+\frac{c_i}{T}$$
$$+\frac{c_{i2}\left[p\sum_{k=1}^{N}\overline{F}(kmT)+(1-p)\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)\right]+c_r-c_d\int_0^{NmT}\overline{F}(t)\,dt}{p\left[T\sum_{k=0}^{Nm-1}\overline{F}(kT)\right]+(1-p)\left[mT\sum_{k=0}^{N-1}\overline{F}(kmT)\right]}. \quad (9)$$

とくに，故障時間分布が指数分布 $F(t)=1-e^{-\lambda t}$ のとき，単位時間当りの期待費用は，次式で与えられる．

$$c_d+\frac{c_i}{T}$$
$$+\frac{c_{i2}\dfrac{1-p(1-e^{-\lambda mT})}{1-e^{-\lambda mT}}-\dfrac{c_d}{\lambda}+\dfrac{c_r}{(1-e^{-\lambda NmT})}}{\left[\dfrac{p}{1-e^{-\lambda T}}+\dfrac{(1-p)m}{1-e^{-\lambda mT}}\right]T}. \quad (10)$$

参考文献

[1] 水谷聡志，中川覃夫：2 種類の点検をもつ最適定期点検方策，2003 年度オペレーションズリサーチ秋期研究発表会アブストラクト集，pp. 146-147

[2] P. O'Connor : Test Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, England, 2001.