

## 不確実性と競争の下での最適企業行動：複占市場からの撤退

02103980 早稲田大学 \*後藤 允 GOTO Makoto  
01008370 早稲田大学 大野 高裕 ONO Takahiro

## 1 はじめに

本稿では、リアルオプション・アプローチとゲーム理論による最適企業行動を解析する。Huisman [2] はこの分野の主な従来研究の1つであり、新規事業への投資、あるいは既存事業の拡大投資といった投資機会に対して、十分な解析を行なっている。しかし、企業のある独立した事業のライフサイクルという側面からは、企業は初期投資から撤退までに、拡大・縮小、停止・再開を繰り返すと考えられる。したがって、企業はそれぞれの場面において最適な意思決定をすることが求められる。これらの中から後藤・大野 [3] は撤退の場面を考え、ナッシュ均衡の概念で解を導出しているが、このゲームにおいては部分ゲーム完全均衡の概念が必要である。

そこで本稿では、Fudenberg and Tirole [1] を適用し、後藤・大野の均衡概念を拡張する。これによって、複占市場からの撤退場面における不確実性と競争の下での最適企業行動を解析することを目的とする。

## 2 モデル

## 2.1 準備

同質な2企業が市場である製品を每期1単位生産しており、生産コストが0であるとする。また、この市場から撤退時に生産設備を残存価値で売却できるものとする。企業はリスク中立的であり、価値を最大化し、一定の因子  $r (> 0)$  で割り引くと仮定する。将来利益は未知の大きさである。一方の企業を  $i$  と表すとき、他方の企業は  $j$  と表される。ただし、 $i, j \in \{1, 2\}$  かつ  $i \neq j$  である。

時刻  $t (> 0)$  における企業  $i$  の利益フロー  $X(t)$  は、幾何ブラウン運動過程

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t)dz(t) \quad (1)$$

$$X(0) = x > 0 \quad (2)$$

に従うとする。ただし、 $\mu < r$  は  $X(t)$  の期待成長率、 $\sigma > 0$  は  $X(t)$  のボラティリティであり、 $z(t)$  は標準ブ

ラウン運動である。また、企業  $i$  の残存価値を

$$K(Q) \quad (3)$$

と表す。ただし、 $Q \in \{1, 2\}$  は撤退企業の数である。

最初に撤退する企業を先導者といい、他方の企業を追従者という。モデルは後ろ向きに解かれる。今後は混乱の可能性がない限り、 $X$  の時間依存を省略する。

## 2.2 追従者

差し当たり、先導者は撤退していると仮定する。時刻  $t$  における追従者の価値は、

$$F(X(t)) = \max_{T_F} E \left[ \int_t^{T_F} X(s) e^{-r(s-t)} ds + K(2) e^{-r(T_F-t)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \quad (4)$$

である。ただし、ある一意の  $X_F$  に対して、

$$T_F = \inf(t | X(t) \leq X_F) \quad (5)$$

は追従者が撤退することが最適な時刻である。撤退前の  $X$  における追従者の価値  $F(X)$  は、

$$F(X) = \begin{cases} K(2) & \text{if } X \leq X_F \\ \frac{K(2)}{1-\beta_2} \left(\frac{X}{X_F}\right)^{\beta_2} + \frac{X}{r-\mu} & \text{if } X > X_F \end{cases} \quad (6)$$

となり、閾値  $X_F$  の式は、

$$X_F = \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} (r - \mu) K(2) \quad (7)$$

となる。ただし、 $\beta_2$  は次の特性2次方程式の負の根である。

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta^2 + \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \beta - r = 0 \quad (8)$$

## 2.3 先導者

先導者はすでに市場から撤退し、価値が  $K(1)$  に確定しているため、その価値は以下ようになる。

$$L(X) = K(1) \quad (9)$$

先導者自身の最適投資時刻は、

$$T_L = \inf(t|X(t) \geq X_L) \quad (10)$$

であり、 $X_L$ は先導者自身の最適撤退閾値である。

## 2.4 同時撤退

企業が時刻  $T_\theta$  において同時に撤退すると仮定する。ただしある  $\theta$  に対して、

$$T_\theta = \inf(t|X(t) \leq \theta) \quad (11)$$

である。時刻  $t (< T_\theta)$  における各企業の期待値は、

$$J(X(t), \theta) = E \left[ \int_t^{T_\theta} X(s) e^{-r(s-t)} ds + K(2) e^{-r(T_\theta-t)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \quad (12)$$

であり、これを解くと、

$$J(X, \theta) = \begin{cases} K(2) & \text{if } X \leq \theta \\ \frac{X}{r-\mu} + \left(\frac{X}{\theta}\right)^{\beta_2} \left(K(2) - \frac{\theta}{r-\mu}\right) & \text{if } X > \theta \end{cases} \quad (13)$$

が得られる。ここで、 $J(X, X) = M(X)$  とする。

## 3 均衡

本稿で用いる戦略空間と均衡概念は、Fudenberg and Tirole で定義されたものである。また、残存価値に対して以下のように負の外部性を仮定する。

$$K(1) > K(2) \quad (14)$$

このとき、 $L(X_L) > F(X_L)$  が成立するので、これは先取りゲームである。したがって、先導者の撤退時刻は  $T_P < T_L$  となる。ただし、

$$T_P = \inf(t|X(t) \leq X_P) \quad (15)$$

であり、 $X_P$  は  $L(X_P) = F(X_P)$  の一意な解である。また、追従者の最適撤退時刻において  $L(X_F) > F(X_F) = M(X_F)$  が成立し、利潤平衡がない。

ここで Fudenberg and Tirole の均衡概念を用いると、次の定理が得られる。

**定理 1** 負の外部性に対する均衡は、 $X(t)$  の初期値  $x$  に依存して以下ようになる。

1.  $x \in [X_P, \infty)$  ならば、確率  $1/2$  で企業 1 が時刻  $T_P$  において撤退し、企業 2 が時刻  $T_F$  において撤退する。確率  $1/2$  で企業の役割が逆になる。
2.  $x \in (X_F, X_P)$  ならば、確率  $\frac{F(x)-M(x)}{L(x)+F(x)-2M(x)}$  で企業 1 が時刻 0 において撤退し、企業 2 が時刻  $T_F$  において撤退し、同確率で企業の役割が逆になる。また、確率  $\frac{L(x)-F(x)}{L(x)+F(x)-2M(x)}$  で両企業が時刻 0 において同時に撤退する。
3.  $x \in (0, X_F]$  ならば、確率 1 で両企業が時刻 0 において同時に撤退する。

ここで、均衡における両企業の価値と閾値に対する性質を解析する。まず、各企業の期待利得の性質は次の命題から得られる。

**命題 1** 各企業の期待利得は追従者の価値に等しい。

次に、伝統的な正味現在価値法との関係を述べる。不確実性が意思決定を遅らせることは自明であるが、本稿においてもこれは成立する。

**命題 2** 競争は意思決定を早めるが、正味現在価値法による意思決定時刻よりも遅い。

## 4 結論

本稿では、Fudenberg and Tirole を適用し、後藤・大野の均衡概念を拡張した。これにより、追従者の最適撤退時刻において利潤平衡がないにもかかわらず、Huisman と同じフレームワークを用いて解析できることを示した。

## 参考文献

- [1] D. Fudenberg and J. Tirole: Preemption and rent equalization in the adoption of new technology. *Review of Economic Studies*, 52 (1985) 383-401.
- [2] K. J. M. Huisman: *Technology Investment: A Game Theoretic Real Options Approach* (Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001).
- [3] 後藤允, 大野高裕: 複占市場における撤退オプションの評価. 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集 (2003) 210-211.