

情報不完備な最小費用木ゲームの分析

東京工業大学 上代 雄介 KAMISHIRO Yusuke

1 はじめに

本研究においては、情報不完備な最小費用木ゲームの incentive compatible core の非空性を考察する。

最小費用木ゲームは協力ゲームの1つであり、地理的に離れた複数のエージェントがサービスの供給源とリンクを結ぶ状況において、複数のエージェントが協力したときに構成される物理的ネットワークの費用をエージェント間でどのように分担すればよいかを考察するものである。情報完備な最小費用木ゲームについては、例えばコアの非空性が証明されている。コアは、協力ゲームにおける全体提携の安定性を考察する概念である。

今回は、この最小費用木ゲームに関する情報が不完備の場合として、実際にリンクを結ぶまでリンクのコストがわからない状況を取り扱う。具体的には、リンクのコストが確率変数として与えられていて、それぞれのエージェントが、リンクのコストに関する情報の一部を private information として手に入れる状況を考える。

情報不完備な協力ゲームは、

- Ex ante stage (エージェントが自分の private information を受け取る前に提携を組む)
- Interim stage (エージェントが自分の private information を受け取った後に提携を組む)

の2つに分けられる。今回は、最小費用木ゲームの ex ante stage における incentive compatible core が非空であること、およびエージェントの情報構造が indiscernibility と non-exclusiveness という2つの条件を満たしているときに interim stage の incentive compatible coarse core が非空であることを証明する。これらのコアの概念は、非対称情報をもつ exchange economy や assignment game の分析などに適用されている。

2 Incentive compatible mechanism

それぞれの提携に対するメカニズムを定義する。ここでのメカニズムは、ネットワークの配線とそれぞれのエージェントの費用の負担額を決定するものである。具体的には、メカニズムにおける仲裁者が提携全員の private information を聞いて配線を決定し、その後、実際に配線にかかった費用の総額がわかり、メカニズムはそれぞれのエージェントの負担額を決定する。

ここでのメカニズムは、実行可能条件(ネットワークによって提携の全員が供給源とつながっていること、提携のメンバーの負担費用の合計が配線にかかった費用以上であること、提携のメンバー以外のエージェントの情報は利用できないこと)を満たしていないといけない。

また、メカニズムは、実行可能条件だけでなく、インセンティブ両立性 (incentive compatibility) を満たしている必要がある。インセンティブ両立性とは、それぞれのエージェントが自分の受け取った private information を仲裁者に偽って述べたとしても、自分の予想コストを減らすことができないという条件である。インセンティブ両立性を考えなければならないのは、配線を決定する際に、仲裁者はそれぞれのエージェントの真の private information を観察することができないからである。

3 Ex ante incentive compatible core

Ex ante incentive compatible core を定義するうえで、インセンティブ両立性を満たしている全体提携のメカニズム μ の中で、あらゆる提携 S に対するいかなるインセンティブ両立性を満たすメカ

ニズム ν_S にも ex ante dominate されないものを考える。そのようなメカニズムによって与えられるそれぞれのエージェントの ex ante stage における予想コストの集合を ex ante incentive compatible core とよぶ。ここで、 ν_S が μ を ex ante dominate するとは、提携 S のメンバー全員の ex ante stage における予想コストが μ よりも ν_S のほうが低くなることをいう。Ex ante incentive compatible core が非空であるということは、いかなるメカニズム ν_S にも支配されないメカニズム μ が存在することを意味している。本研究では、次の結果を得た。

命題 最小費用木ゲームの ex ante incentive compatible core は非空である。

情報完備な最小費用木ゲームのコアの非空性の証明では Bird [1] によって提案されたメカニズム (費用分担ルール) が利用されている。このメカニズムはインセンティブ両立性を満たしていないので、このメカニズムによってこの命題の証明とすることはできない。

そこで、この命題を示すために、それぞれの提携に対する費用関数を定義する。費用関数は、実行可能条件とインセンティブ両立性を満たすメカニズムの中で提携のメンバーの予想コストの和が最小になるものを選び、その和として定義する。Ex ante incentive compatible core はこの費用関数によって定義されるゲームのコアと同等になる。このゲームのコアの非空性を示す際には、任意の提携に対して、費用関数はインセンティブ両立性が課されても効率の損失が起こらないことを利用する。

4 Incentive compatible coarse core

Coarse core は、interim stage においてそれぞれのエージェントの private information が提携間で交換されないときの全体提携の安定性を考察する概念である。

本研究では、情報構造が indiscernibility と non-

exclusiveness という 2 つの仮定を満たす場合を考察した。直感的には、indiscernibility はそれぞれのエージェントの情報が粗雑であること、non-exclusiveness はそれぞれのエージェントの情報が全体に対して小さいことをそれぞれ意味している。本研究では次の結果を得た。

命題 エージェントの情報構造が indiscernible,かつ non-exclusive であるとき、最小費用木ゲームの incentive compatible coarse core は非空になる。

この命題の証明にあたって、indiscernibility を満たしているときに、インセンティブ両立性を課さない場合の coarse core が非空になることと、non-exclusiveness を満たしているときにインセンティブ両立性による効率の損失はないことを補題として示し、利用している。

5 おわりに

エージェントの情報構造が indiscernibility と non-exclusiveness を満たしていない場合の incentive compatible coarse core や、interim stage における coarse core 以外のコア (fine core など) について考察することが今後の課題として挙げられる。

参考文献

- [1] Bird, C. G., On cost allocation for a spanning tree: A game theory approach, *Networks* 6 (1976), 335–350.
- [2] Forges, F., The ex ante incentive compatible core of the assignment game, *forthcoming in Mathematical Social Sciences*.
- [3] Forges, F., Minelli, E., and Vohra, R., Incentive and the core of an exchange economy: a survey, *Journal of Mathematical Economics* 38 (2002), 1–41.