

## ランダム効用理論に基づく職住分布の同時形成モデル

入会申請中 慶應義塾大学 \*本間裕大 HONMA Yudai  
01107680 慶應義塾大学 栗田 治 KURITA Osamu

## 1 はじめに

本稿では、非集計ロジット・モデルを用いて都市内の職住分布を演繹的に導出する方法について論じる。

都市における“職”と“住”の立地は特に地域経済学の分野で多く取り扱われてきた問題である。例えば文献 [1] では、市場均衡と社会的最適化の2つの視点から職住の立地について動学的な分析を行っているが、どちらの場合も就業地の周りに居住地が存在する完全分離型の土地利用になるという知見を得ている。このような職住分離型の土地利用は、他の先行研究でも指摘されており [2]、現代の業務機能の高度集中を端的に示す結果となっている。

しかしながら、現実の都市を観察してもわかるように実際には都心にもいくらかの居住地は存在し、逆に郊外にも就業地は存在するであろう。文献 [3] では、そのような職住の交じり合いを前提とする Vaughan の職住同時分布モデル [4] を基に、通勤移動と業務移動の総移動距離を最小にする就業地分布を導いている。本稿では (1) 居住地-就業地間の通勤、(2) 就業地同士の取引、(3) 混雑による負の効果の3つを考慮した上で就業地分布および居住地分布の同時形成をモデル化し、大都市におけるドーナツ化現象の再現を試みる。

## 2 居住地分布の形成

特に境界を持たない総人口  $N$  人の都市を考え、都市の中心を原点とする極座標系  $(r, \theta)$  を設定する。本節では都市の中心に特に面積を持たない CBD を想定し、都市内の全ての人々はこの CBD に就業地を持つと仮定する。この都市の人々が、各自の効用を最大化するよう居住地を選択していったとき、その居住地分布  $f_h(r_h, \theta_h)$  がどのようなかを考える。ただし、地点  $P_h(r_h, \theta_h)$  に居住地を持ったときの効用  $U(r_h, \theta_h)$  は次のように与えられているとする：

$$U(r_h, \theta_h) = V(r_h, \theta_h) + X, \quad (1)$$

$$V(r_h, \theta_h) = V\{r_h, f_h(r_h, \theta_h)\}, \quad (2)$$

$$X = [\text{位置母数 } \eta, \text{ 尺度母数 } 1/\lambda \text{ のガンベル分布に従う連続的確率変数}]. \quad (3)$$

(1) で定義したように効用  $U(r_h, \theta_h)$  は2種類の変数群から構成される関数とする。1つ目の変数群  $V(r_h, \theta_h)$  は地点  $(r_h, \theta_h)$  が持つ属性であり、居住地-就業地 (CBD) 間の距離  $r_h$ 、および居住地の地点における居住地密度  $f_h(r_h, \theta_h)$  に依存すると仮定する。これは通勤移動距離が長くなるほど、また居住地が混雑するほど

人々の効用が減少することを明示するためである。2つ目の変数群  $X$  は、個人ごとに異なるであろう社会・経済的特質による効用の揺らぎを想定している。

(1) は非集計ロジット・モデルの定義そのものであるから、地点  $(r_h, \theta_h)$  が居住地として選択される確率密度  $p(r_h, \theta_h)$  は、

$$p(r_h, \theta_h) = \frac{\exp[\lambda V\{r_h, f_h(r_h, \theta_h)\}]}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \exp[\lambda V\{r_h, f_h(r_h, \theta_h)\}] r_h dr_h d\theta_h} \quad (4)$$

である。これより  $f_h(r_h, \theta_h)$  は  $p(r_h, \theta_h)$  に都市の総人口  $N$  をかけることで求められ、

$$f_h(r_h, \theta_h) = \frac{N \exp[\lambda V\{r_h, f_h(r_h, \theta_h)\}]}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \exp[\lambda V\{r_h, f_h(r_h, \theta_h)\}] r_h dr_h d\theta_h} \quad (5)$$

となる。(5) は左辺、右辺両方に  $f_h(r_h, \theta_h)$  を含んでいるが、これは本モデルが“効用が居住地分布を決定し、また、居住地分布が効用を決定する”という、言わば鶏と卵のような関係を含んでいることを意味している。事実、現実の都市において観測される居住地分布というのは、このような構造のもと人々が転居を繰り返して出来上がったものであろう。すなわち (5) を  $f_h(r_h, \theta_h)$  について解くことで、収束するであろう居住地分布が求められることになる。

$V$  を就業地までの距離  $r_h$ 、および居住地の地点における居住地密度の対数  $\ln f_h(r_h, \theta_h)$  に比例するよう、

$$V(r_h, \theta_h) = -ar_h - b \ln f_h(r_h, \theta_h) \quad (6)$$

と置いた場合 (5) は陽に解くことができ、

$$f_h(r_h, \theta_h) = \frac{N\gamma^2}{2\pi(1+\alpha)^2} \exp\left[-\frac{\gamma}{1+\alpha} r_h\right] \quad (7)$$

と Clark 型の居住地分布が得られる ( $\alpha = a\lambda$ ,  $\gamma = b\lambda$ )。また (6) において  $r_h$  を  $r_h^2$  に置き換えると Sherratt 型の居住地分布が導かれる。

3  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  の定義

モデルを職住分布の形成に拡張するため、まず領域  $R_h$  に居住地を持ち、領域  $R_w$  に就業地を持つ人数  $n$  が以下の通りに導出されるよう  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  を定

義する：

$$n = \int_{R_w} \int_{R_h} f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w) r_h r_w dr_h d\theta_h dr_w d\theta_w. \quad (8)$$

(8) より明らかなように  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  は  $(r_h, \theta_h)$  近くの単位領域に居住地を持ち、 $(r_w, \theta_w)$  近くの単位領域に就業地を持つ人数を表す。このとき居住地分布  $f_h(r_h, \theta_h)$  および就業地分布  $f_w(r_w, \theta_w)$  は  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  の周辺分布として求められ、

$$f_h(r_h, \theta_h) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w) r_w dr_w d\theta_w \quad (9)$$

$$f_w(r_w, \theta_w) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w) r_h dr_h d\theta_h \quad (10)$$

となる。すなわち  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  を演繹的に導くことで職住分布の同時形成をモデル化できることになる。

#### 4 職住分布の形成

2節と同様の都市を想定する。ただし、もはや都市の中心にCBDの存在は仮定しない。また、就業地同士の取引は全て都心で行われるとする。この都市の人々が、各自の効用を最大化するよう就業地および居住地を選択していったとき、その居住地分布  $f_h(r_h, \theta_h)$  と就業地分布  $f_w(r_w, \theta_w)$  がどのようなかを考える。ここで、地点  $P_h(r_h, \theta_h)$  に居住地を持ち、地点  $P_w(r_w, \theta_w)$  に就業地を持ったときの効用の確定項  $V(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  は次のように与えられているとする：

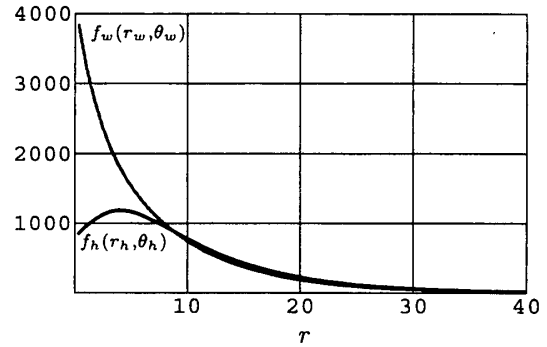
$$V(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w) = V\{d_{直}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w), r_w, f_h(r_h, \theta_h), f_w(r_h, \theta_h)\}. \quad (11)$$

(11) よりわかるように、 $V$  は居住地-就業地間の直線距離  $d_{直}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$ 、就業地の地点  $(r_w, \theta_w)$  の中心からの距離  $r_w$ 、および居住地の地点における就業地・居住地密度  $f_h(r_h, \theta_h)$ 、 $f_w(r_h, \theta_h)$  に依存している。これはそれぞれ、通勤移動距離が長くなるほど、就業地同士の取引が行いづらいうほど、そして居住地が混雑するほど人々の効用が減少することを意味している。このときの  $f_{hw}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)$  は (11) を用いて2節と同様の手順で求めることができ、フレドホルム型同次積分方程式に帰着される。

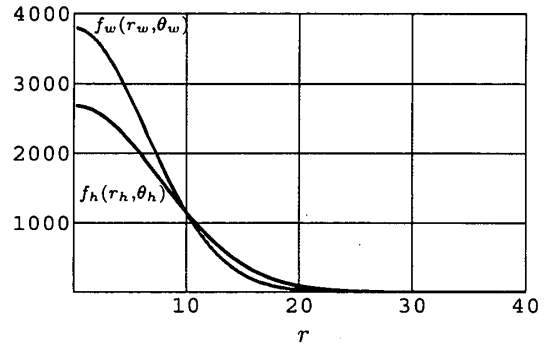
#### 5 数値例

4節のモデル化は、非線形型のフレドホルム型積分方程式となるため、解析的には解くことが難しい<sup>[5]</sup>。そこで、一例として効用の確定項  $V$  を (12) の如くおいた場合の居住地分布  $f_h(r_h, \theta_h)$  および就業地分布  $f_w(r_w, \theta_w)$  を数値的に求めた。概形を図1に示す。

$$V(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w) = -ad_{直}(r_h, \theta_h, r_w, \theta_w)^2 - br_w^m - k \ln f_h(r_h, \theta_h) - l \ln f_w(r_h, \theta_h). \quad (12)$$



(a)  $m = 1, a\lambda = 0.05, b\lambda = 0.27, k\lambda = 0.1, l\lambda = 0.9$



(b)  $m = 2, a\lambda = 0.1, b\lambda = 0.025, k\lambda = 0.1, l\lambda = 0.9$

図1 職住分布の概形。

#### 6 おわりに

職住分布の決定要因である人々の効用が、また、職住分布によって決定されるというという再帰的な想定の下で、都市内の居住地分布・就業地分布を演繹的に導出した。その際、モデルに居住地と就業地の関係、就業地同士の関係を明示的に取り込み、結果としてドーナツ化現象を再現することが出来た。

今回、就業地同士の取引は都心で行うと仮定し都市の中心を外生的に与えていたが、(11)において就業地の都心までの距離の項を、他の就業地への平均距離に置き換えることで、都市の中心が内生的に決定されるモデルへと直ちに拡張できる。2点間の距離を実際の道路距離で与えるなどして、現実の就業地・居住地分布との比較検証等が今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] 田淵隆俊 (1987)：企業と住宅の動学的立地モデル，日本都市計画学会学術研究論文集，22，pp.259-264.
- [2] Fujita, M. and H. Ogawa(1982)：Multiple Equilibria and Structural Transition of Nonmenocentric Urban Configurations, *Regional Science and Urban Economics*, 12, pp.161-196.
- [3] 鈴木 勉 (2003)：同時密度関数を用いた通勤流動モデルと業務分散が通勤・業務距離に及ぼす影響，日本応用数学会論文誌，Vol.13, No.3, pp.403-415.
- [4] Vaughan, R. J.(1987)：*Urban Spatial Traffic Patterns*, Poin Limited.
- [5] 近藤次郎 (1954)：積分方程式，培風館。