

一方向歩行者により構成されるアドホック・ネットワークにおける 通信可能・不能持続時間分布

東京工業大学理学部
01308370 高崎経済大学地域政策学部
01302440 東京工業大学大学院情報理工学研究所

*上原 彬子 UEHARA Akiko
高橋 美佐 TAKAHASHI Misa
高橋 幸雄 TAKAHASHI Yukio

1. はじめに

アドホックネットワークは携帯電話やPDAなどの携帯端末により構成される無線通信ネットワークで、直接通信不可能な離れた端末同士の通信は他の端末を経由するマルチホップ通信により行なわれる。各端末が中継局としての役割も果たし、交換機や基地局など特別なインフラストラクチャを必要としないため、災害時の地域内通信や既存の移動通信網を補完する通信手段としての役割を期待されている。

筆者らは [3] で、一方向に等速で歩く歩行者によって構成されるネットワークを考え、通信可能確率等について解析した。本稿では [3] を補完し、通信可能持続時間分布、通信不能持続時間分布に関する結果を紹介する。

2. モデル

原点から一方向に延びた無限長の直線道路上において、2つの静止端末および移動している端末により構成されるアドホックネットワークを考える。

- 原点に静止端末 A, 原点から距離 l のところに静止端末 B が存在する。
- 移動端末は原点に到着率 λ でポアソン到着し、一定速度 v で静止端末 B の方向へ一直線に進む。
- 端末間の距離が r 以下であれば、それらの端末同士は互いに通信可能である。

なお、パラメータは自然な条件 $\lambda > 0, l > r > 0$ を満たすものとする。

このモデルを解析するため、つぎの2つの確率変数を導入する。ただし解析の都合上、移動端末は位置 l を越えてもそのまま無限に直進運動を続けるものとする。

X_t : 時刻 t において端末 A から直接あるいは他の移動端末を経由して通信可能な最も遠い移動端末の位置、ただしそのような端末が存在しない場合は 0

Y_t : 時刻 t において端末 A に最も近い移動端末の位置
確率変数の組 $\{(X_t, Y_t)\}$ は状態空間 $\mathcal{K} = \{(x, y) | 0 \leq y \leq r, y \leq x < \infty\} \cup \{(0, y) | r \leq y < \infty\}$ 上の連続時間エルゴード的マルコフ連鎖となる。位置 l に静止端末 B を置いたとすると、端末 A と B が通信可能である領域は $\mathcal{K}_C = \{(x, y) | l - r \leq x < \infty, 0 \leq y \leq r\}$ である。

3. 定常分布

$t \rightarrow \infty$ とした平衡状態におけるマルコフ連鎖 $\{(X_t, Y_t)\}$ の定常分布に関する状態密度関数を次のように書く。

$$R(y) : (X_t, Y_t) = (0, y), r \leq y < \infty.$$

$$Q(x) : (X_t, Y_t) = (x, x), 0 < x \leq r.$$

$$P(x, y) : (X_t, Y_t) = (x, y), 0 < y \leq r, y < x < \infty.$$

すると、再生方程式や一様分布のたたみ込みに関する結果を利用すると、これらの密度関数は次のような簡潔な表現で得られる (詳細は [3])。

$$P(x, y) = G(x - y)e^{-\lambda'y}, \quad 0 \leq y \leq r, y < x < \infty$$

$$Q(x) = \lambda'e^{-\lambda'(r+x)}, \quad 0 \leq x \leq r$$

$$R(y) = \lambda'e^{-\lambda'y}, \quad r \leq y < \infty$$

ただし、関数 $G(x)$ は関数 $H(x)$ を使って次のように表される。

$$H(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda')^k}{k!} e^{-\lambda'kr} (x - kr)_+^k, \quad -\infty < x < \infty.$$

$$G(x) = (\lambda')^2 e^{-\lambda'r} \{H(x) - e^{-\lambda'r} H(x - r)\}, \quad x > 0.$$

ここで $(x)_+$ は、 $x < 0$ では 0, $x \geq 0$ では x となる関数であり、とくに $(x)_+^0$ は、 $x < 0$ のとき 0, $x \geq 0$ のとき 1 と定義する。また $\lambda' = \lambda/v$ とする。

$x < 0$ では $H(x) = 0$, $x = 0$ では $H(x)$ は不連続で $H(0) = H(0+) = 1$ である。 $x > 0$ の範囲では $H(x)$ は連続で、非負整数 m に対して $mr < x \leq (m+1)r$ の範囲では x の m 次多項式となっている。

$H(x)$ は、区間 $(0, r)$ 上の一様分布 $U(0, r)$ のたたみ込みと密接な関係にある。 $U(0, r)$ を n 回たたみ込んで得られる分布 U_n の分布関数を $U_n(x)$ とすると

$$H(x) = e^{-\lambda'x} \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda'r)^n U_n(x), \quad -\infty < x < \infty.$$

である。また $H(x)$ のラプラス変換は、

$$\hat{H}(\theta) = (\lambda' + \theta)^{-1} \times \left\{ 1 - \frac{\lambda'}{\lambda' + \theta} (1 - e^{-(\lambda' + \theta)r}) \right\}^{-1}$$

となる。 $\hat{H}(\theta)$ の収束座標 θ^* (< 0) は方程式 $\theta e^{\theta x} = -\lambda' e^{-\lambda'r}$ の大きい方の解である。便宜上、 $\hat{G}_z(\theta) = \int_z^{\infty} e^{-\theta x} G(x) dx$ とおく。とくに $\hat{G}_0(\theta) = (\lambda')^2 e^{-\lambda'r} (1 - e^{-(\lambda' + \theta)r}) / \{\theta + \lambda' e^{-(\lambda' + \theta)r}\}$ である。

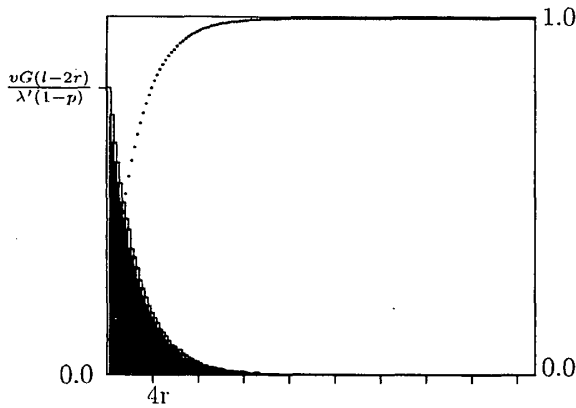


図 1: 接続可能持続時間分布

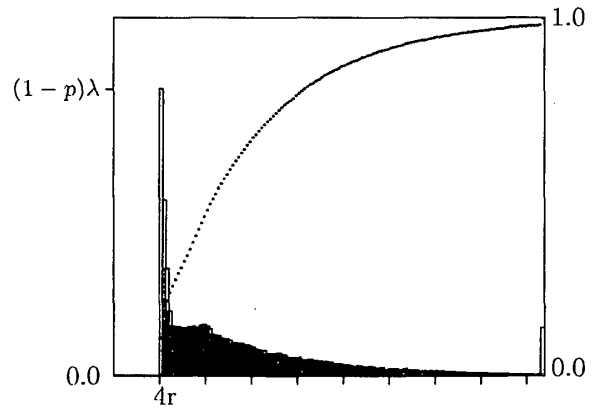


図 2: 接続不能持続時間分布

4. 通信可能持続時間分布, 通信不能持続時間分布

静止端末 A, B 間の通信可能・不能状態の持続時間について解析しよう. $l > 2r$ であるものと仮定する.

4.1 通信可能持続時間分布

通信可能持続時間 T_C は, マルコフ連鎖 $\{(X_t, Y_t)\}$ が領域 K_C に入ってそこを出るまでの時間である. この間, 位置 X_t は時間に比例して増大することに注意すると, T_C の分布関数, ラプラス変換および平均, 分散は次のように求められる.

$$P\{T_C \leq t\} = 1 - \frac{G(vt + l - r)}{G(l - r)}$$

$$E[e^{-T_C \theta}] = \frac{e^{-\lambda' r} e^{-(l-2r)\theta/r}}{G(l - r)} \hat{G}_{l-2r}(\theta/v)$$

$$E[T_C] = \frac{G(l)}{v\lambda' e^{-\lambda' r} G(l - r)}$$

$$V[T_C] = \frac{2G(l+r)G(l-r) - \{G(l)\}^2}{\{v\lambda' e^{-\lambda' r} G(l - r)\}^2}$$

図 1 は, $\lambda = 0.03, v = 1.5, l = 500, r = 100$ のシミュレーションによる T_C 分布の様子を表している.

4.2 通信不能持続時間

通信不能持続時間 T_D を解析するため, つぎの確率変数を導入する.

Z: 状態 $(0, 0)$ から出発したマルコフ連鎖が状態 $(0, r)$ へ到達するまでの時間.

T: 状態 $(0, r)$ から出発したマルコフ連鎖が状態 $(0, 0)$ へ到達するまでの時間.

1_A を事象 A の定義確率変数とすると, T_D は次のように書ける. ここで $\stackrel{d}{=}$ は両辺の分布が等しいことを表す.

$$T_D \stackrel{d}{=} T + \frac{l-r}{v} \mathbf{1}_{\{Z \geq v^{-1}(l-r)\}} + \mathbf{1}_{\{Z < v^{-1}(l-r)\}} (T_D + Z)$$

右边において Z と T_D が互いに独立であることに注意すると, T_D の密度関数のラプラス変換および平均, 分散は次のように求められる.

$$E[e^{-T_D \theta}] = \frac{G(l-r)}{(\lambda')^2 e^{-\lambda' r}} e^{-(\frac{l-r}{v})\theta} \times \left[1 + \frac{\theta}{\lambda} + \hat{G}_r(\theta/v) - \hat{G}_{l-r}(\theta/v) - e^{-(\lambda' r + r\theta/v)} \right]^{-1}$$

$$E[T_D] = \frac{(\lambda')^2 e^{-\lambda' r} - G(l)}{v\lambda' e^{-\lambda' r} G(l-r)}$$

$$V[T_D] = \{E[T_D]\}^2 - \frac{2(l-r)}{v} E[T_D] + \frac{1}{1-p} \left\{ \left(\frac{r}{v}\right)^2 + \frac{2\{rG(2r) - (l-r)G(l)\}}{v^2(\lambda')^3 e^{-2\lambda' r}} + \frac{2\{G(3r) - G(l+r)\}}{v^2(\lambda')^4 e^{-3\lambda' r}} \right\}$$

ここで, $p = 1 - \frac{G(l-r)}{(\lambda')^2 e^{-\lambda' r}}$ である.

図 2 は, $\lambda = 0.03, v = 1.5, l = 500, r = 100$ のシミュレーションによる T_C 分布の様子を表している.

参考文献

- [1] O.Dousse, P.Thiran and M.Hasler (2002), "Connectivity in ad-hoc and hybrid networks", *Proc.IEEE INFOCOM*, pp.1079-1088.
- [2] 能代愛, 吉川毅, 栗原正仁 (2004), "1次元一様分布のアドホックネットワークモデルにおける通信可能性の確率論的解析" 情報処理北海道シンポジウム.
- [3] 高橋美佐, 上原彬子, 高橋幸雄 (2005), "一方向歩行者により構成されるアドホック・ネットワークの解析", 情報通信ネットワークの新しい性能評価法シンポジウム報文集.
- [4] W. Feller (1966), *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume II*, Wiley.