

パーコレーション理論を用いた市街地の防災性評価

加藤 孝明

1. はじめに

阪神淡路大震災で木造密集市街地に被害が集中したことはまだ記憶に新しい。震災後の改めて行われた調査（建設省（当時））によると、「危険性が高い木造住宅密集市街地」は全国で25,000 ha存在するとされており、現在、都市防災分野の主要課題の一つとして、震災後に整備された諸制度を活用して木造密集市街地の改善が進められているところである。対策に当たっては、効果的かつ効率的に防災性の向上を図るため、市街地全体を対象とした防災性評価に基づいて、優先的に対策を実施すべき区域を絞り込み、その区域に対して重点的に対策を実施することが計画化されている。ここで行われる防災性評価は、計画論上、非常に重要な意味を持つ。評価の目的は、優先的に対策を実施すべき区域を絞り込むことではあるが、対策の実施区域においては対策が次回の評価では抽出されないことを目標に進められることになるため、絞り込みの基準は実質的に対策の実施後の将来像を指し示しているのである。

評価方法の構築に当たっては、災害のメカニズムをふまえた上で市街地を構成する要素と危険性との関係づけを行う必要があるが、一方で、市街地全体を対象とすることから計算時間の制約やデータの制約が存在するため、シミュレーションのように災害のメカニズムを精度よく再現するような方法は適さない。このような制約のもとで災害のメカニズムをモデル化によって簡便に捉えながらも、市街地を構成する要素と危険性との関係の本質を示すことが求められているのである。

防災性評価手法に関しては、現在、国土交通省の「総合技術開発プロジェクト」で研究が進められているところであり、近々、全国に適用し得る標準的な評

価方法が公表される予定である。本稿では、その評価方法の基礎理論となっている筆者らが進めてきたパーコレーション理論に基づく評価の基礎理論を紹介する。本稿で紹介する研究は、パーコレーションモデルと市街地延焼の類似性に着目し、パーコレーション理論のアナロジーによって市街地の延焼危険の評価方法を構築したものである。パーコレーション理論は統計物理学の分野で研究が進められている理論である。

2. パーコレーションモデルと市街地延焼の類似性

パーコレーションモデルとは、Broadbend・Hammersleyによって定義された幾何学的な確率モデルである。Broadbend・Hammersleyによると、パーコレーションモデルは、『「ランダム」に存在する「媒体」のつながりのモデル』と定義される。パーコレーションモデルの特徴は、乱歩に代表される拡散過程ではランダム性が拡散要素に依存しているのに対し、ランダム性が拡散要素の通り道である媒体にあり、拡散要素の広がり媒体のつながり状態に依存していることである。パーコレーションモデルはこのように一般的に定義されているため、多様なモデルが存在している。簡単なモデルとしては、例えば、次のようなモデルがある。基盤の上に黒石を確率 p でランダムに置くというモデルを考える。「媒体」を黒石と考え、拡散要素は黒石が繋がった範囲に広がると考える（図1）。モデルの挙動は黒石を置く確率 p に依存したものである。

一般的なパーコレーションモデルでは、「媒体」は点及び点と点を結ぶ線で構成されることが多い。パーコレーション理論では、点のことをサイト、線のことをボンドと呼ぶ。図1の例では、基盤の目がサイト、格子の線がボンドとなる。図1のようにサイトにランダム性があるモデルをサイト過程モデルと呼び、ボンドにランダム性があるモデルをボンド過程モデルと呼ぶ。図1の例は、正方格子のサイト過程モデルと呼ば

かとう たかあき
東京大学 大学院工学系研究科
〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

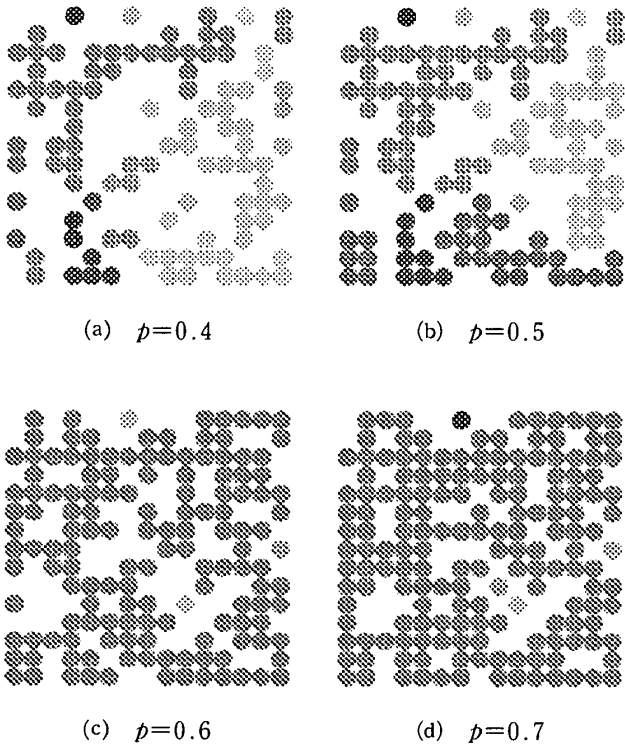


図1 パーコレーションモデルの例：基盤に黒石を確率 p でランダムに置くモデル(正方格子サイト過程モデル)

れる。サイトが格子の交点のように離散空間に配置されるモデルを離散空間モデルと呼ぶ。また、図1の例では、隣接するサイトは縦横だけであったが、 i 番目に近いサイトとも隣接すると定義するモデル(第 i 近接格子と呼ぶ)もある。また、このほかにサイトが連続空間に配される連続空間モデルがある。ボンドについては、サイトを中心に同じ大きさの図形を置いたとき、その図形内に近隣のサイトが含まれれば、サイト間にボンドが存在すると考える。代表的なモデルとしては、ポアソン分布の円のモデルがある(図2)。図形としては、円のほかに等方の正方形のモデル、ランダムな向きの針などが研究されている。モデルの挙動を規定するパラメーターは、幾何学図形の大きさ R とサイトの密度 ρ の相対的な関係 $R\sqrt{\rho}$ となる。

さて、ここで、市街地延焼のメカニズムを考えてみよう。出火建物からの延焼拡大は一般に「延焼限界距離」で説明される。「延焼限界距離」は、建物の隣棟間隔が延焼限界距離より近ければ延焼し、遠ければ延焼しないと定義される距離である。ここでは、市街地の構成要素は可燃建物と耐火建物のみと仮定し、さらに簡単のために延焼限界距離は時間に関係なく一定とし、建物を点と仮定した上で、パーコレーションモデルのサイトを可燃建物とみなす。そうすると、市街地

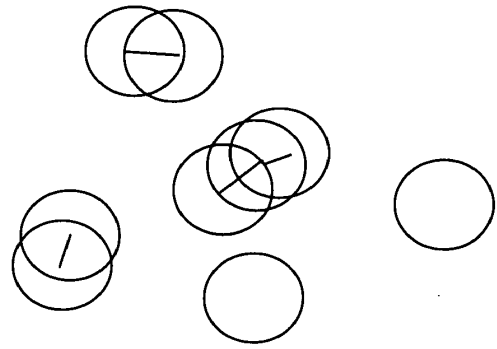


図2 パーコレーションモデルの例：連続空間の円のサイト過程モデル(円の中心点がサイト、中心点間を結ぶ線がボンド)

延焼はパーコレーションモデルであることがお分かりになるであろう。

図1の正方格子のサイト過程モデルの例は、市街地の構成要素が正方格子の交点上に立地し、可燃建物が確率 p で存在し、延焼限界距離が格子の交点間よりも大きく、対角線よりも短い場合に対応する。建物密度が高くなる或いは延焼限界距離が大きい場合は、第 i 近接格子のサイト過程モデルとなる。また図2の例は、可燃建物がポアソン分布に従って分布し、延焼限界距離が円の半径に等しい場合に対応する。即ち、市街地延焼は、市街地の構成要素の配置パターン、その密度 ρ 、可燃建物率、可燃建物の延焼限界距離の組み合わせで説明されることが理解できる。

ここで、市街地の構成要素の密度を ρ 、そのうち可燃建物の存在確率を p 、延焼限界距離を d^* とすると、市街地の構成要素の配置パターンが与えられたとき、延焼限界距離と密度の相対的な関係 $d^*\sqrt{\rho}$ によって対応するパーコレーションモデルが決定し、モデルの挙動は可燃建物率 p で規定されることが分かる。

3. パーコレーションモデルの特徴と市街地の延焼危険の構造

パーコレーションモデルの最大の特徴は、サイトのつながり(これをクラスターと呼ぶ)の大きさに着目したとき、閾値が存在することである。つまり、モデルの制御変数 p が、閾値 p_c を超えると急激にクラスターが大きくなるのがパーコレーションモデルの特徴である。図1を見ると、 $p=0.5$ ではクラスターがいくつかに分節しているが、 $p=0.6$ では大きなクラスターが一つ存在している。 $p=0.5$ と $p=0.6$ の間でクラスターの状況が劇的に変化していることが分かる。正方格子の場合、閾値が0.5と0.6の間に存在するの

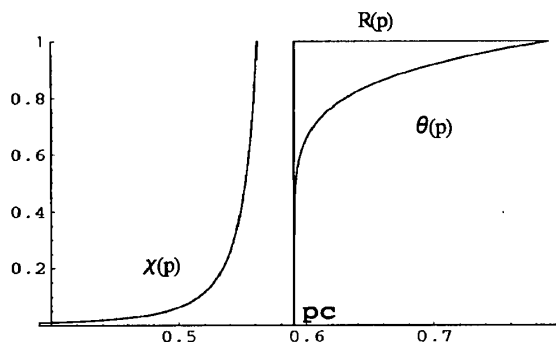


図3 パーコレーションモデルの特徴：無限大の領域におけるクラスターの挙動 $\chi(p)$ については適当にスケールを変えた

表1 パーコレーションモデルの閾値 p_c

| 離散空間モデル | サイト過程 | ボンド過程 |
|-------------|---------------------|--------------------------------------|
| 正方格子 | $p=0.592745$ | $p=1/2$ |
| 三角格子 | $p=1/2$ | $p=2\sin \pi / 18$ |
| 蜂巢格子 | $p=0.6962$ | $p=1 \cdot 2\sin \pi / 18$ |
| 連続空間のポアソン分布 | サイト過程 | |
| 円 | $R/r=1.06 \pm 0.01$ | R : 円の半径 |
| 正方形 | $a/r=1.11 \pm 0.02$ | a : 正方形の辺長 $r=2/\sqrt{\rho\pi}$ |

である。ここで、無限大の領域においてクラスターの挙動を表す関数として次の三つの関数を考えよう。

- ・ $R(p)$: 無限大のクラスターが存在する確率
 - ・ $\theta(p)$: 任意のサイトが無限大のクラスターに属する確率
 - ・ $\chi(p)$: サイト当たりのクラスターの大きさの期待値
- クラスターの挙動を表す上記の関数は、制御変数 p に対して図3に示すような特性を持つ。制御変数が閾値 p_c を超えると、無限大のクラスターが存在するようになり、閾値を境界にクラスターの様相が全く異なったものとなる。

無限領域における閾値 p_c は、多くのモデルについて求められており、厳密解が求められているモデルもある(表1)。表に見るように閾値 p_c はモデル固有の値である。

さて、ここで、延焼危険の評価の観点から、パーコレーションモデルの特徴を解釈してみよう。クラスターの大きさは、域内から一箇所出火したときの延焼被害の大きさに等しい。このことから、域内で出火密度の偏りが無いと仮定すると、無限大の市街地では、可

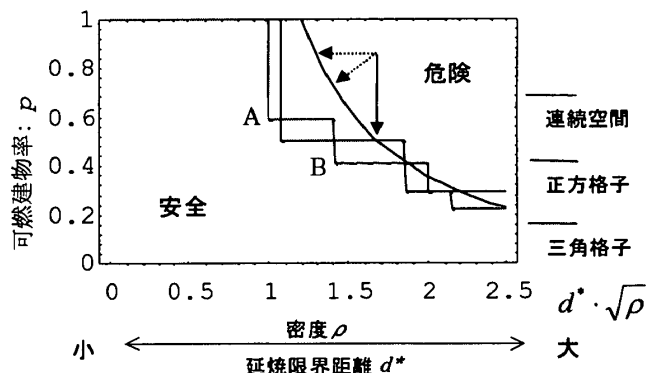


図4 閾値により示される評価基準と市街地属性との関係(破線: 階段状の直線は左から正方格子, 三角格子, 曲線はポアソン分布モデル)

燃建物の割合が閾値 p_c を超えると、延焼被害が無限大に広がる可能性を持つと解釈できる。したがって、閾値 p_c は、市街地の防災性の明確な評価基準となる。

図4に市街地の構成要素の配置パターンが正方格子、三角格子、ポアソン分布の場合の閾値 p_c を示した。縦軸は可燃建物率 p 、横軸は密度と延焼限界距離の相対関係 $d^*\sqrt{\rho}$ 、即ち近接する建物への延焼のしやすさを表す。図中の線は、閾値 p_c を市街地の構成要素の配置パターン毎に描いたものである。階段状の線は、離散空間モデル、曲線は連続空間モデルの閾値 p_c である。閾値 p_c は無限大の被害が起こるか否かの境界であることから、図中の各線の右上側が危険な市街地、左下側が安全な市街地となる。この図より、市街地の状況と延焼危険との関係が構造的に理解できる。

仮に、現状の市街地が図中の矢印の起点であったとし、市街地の構成要素がポアソン分布に従って分布しているとすると、対策の目標は、可燃建物率 p 、密度 ρ と延焼限界距離 d^* を改善することによって、閾値を表す図中の曲線上に移動させることになる(図中矢印)。改善の方向は、その地域の特性をふまえて選択されることになる。

4. 有限領域における基礎理論と市街地の延焼危険評価

次に有限領域における閾値について見てみよう。パーコレーション理論では、有限領域の閾値は、有限領域の取り方、有限領域における「無限大」の定義を次のようにした上で、無限大のときと同様の考え方で定義される。

- ・ 有限領域の取り方: 有限領域として1辺の大きさが L で表される正方形の領域を考え、

- ・有限領域における「無限大」：クラスターが領域の端から端まで広がるような大きさ、
- ・有限領域の閾値 $p_c(L)$ の定義：「領域の端から端まで広がる大きさのクラスターが生じる確率の平均値」

無限大におけるクラスターの挙動を表す関数 $R(p)$, $\theta(p)$, $\chi(p)$ に対応する関数を有限領域でも考えて、クラスターの挙動を見てみよう。三つの対応する関数は有限領域では次のようになる。

- ・ $R(L, p)$: 領域の端から端まで貫通するクラスターが存在する確率
- ・ $\chi(L, p)$: クラスターの大きさの期待値
- ・ $\theta(L, p)$: 最大のクラスターの系の大きさ ($L \times L$) に占める割合

これらの関数を正方格子のサイト過程モデルで計算してみたのが図5である。有限の領域では p_c の閾値としての性質が弱くなり、無限大のような明確な閾値にはならない。上記の定義に見るように、有限領域では、臨界的な確率の平均値を閾値とみなしている。

有限領域における閾値 $p_c(L)$ は、パーコレーション理論によると、次のように表される。

$$|p - p_c| \propto L^{1/\nu} \quad \text{ただし、} \nu = 4/3 \quad (1)$$

また、上記の三つの関数は、次のように表される。

$$R(L, p) = f((p - p_c)L^{1/\nu}) \quad (2)$$

$$\chi(L, p) = L^{1/\nu} f((p - p_c)L^{1/\nu}) \quad (3)$$

$$\theta(L, p) = L^{-\beta/\nu} f((p - p_c)L^{1/\nu}) \quad (4)$$

ただし、 $\gamma = 43/18$, $\beta = 5/36$ 。 f はスケーリング関数と呼ばれる適当な形をした非負の連続関数である。 ν, β, γ は臨界指数と呼ばれる定数である。式(2)~(4)は、右辺の L のべき乗を左辺に移項し横軸を $(p - p_c)L^{1/\nu}$ としてグラフにプロットすれば、領域の大きさ L に関わらず、一つの関数 (スケーリング関数) が現れることを示している。

これらの式は、有限サイズスケーリング仮説という仮説に基づいて導出されている。有限サイズスケーリング仮説とは、無限大の領域においてある量 $X(p)$ が $p \rightarrow p_c$ において $X(p) \propto |p - p_c|^\alpha$ のように振る舞うとき、 $L \rightarrow \infty$, $p \rightarrow p_c$ において次式が成り立つという仮説である。

$$X(L, p) = L^{-\alpha/\nu} f((p - p_c)L^{1/\nu}) \quad (6)$$

本来、いずれの式も $L \rightarrow \infty$, $p \rightarrow p_c$ において成り立つべき式であるが、これまでの研究 (加藤 (1999)) において、各式のいずれも、実用域と考えられる領域の大きさである $L = 25 \sim 100$ の、 $|p - p_c| = 0.3$ 程度の範囲で概ね成り立つことが確認されている。

図6に正方格子のモデルの各関数についてスケーリング関数を示す。誌面の都合上、他の関数については割愛するが、正方格子と同様、一つの関数が見れるこ

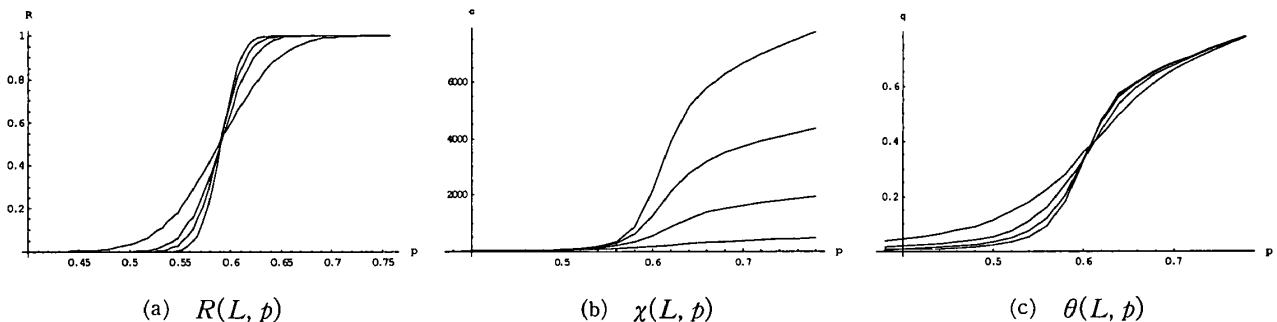


図5 有限領域におけるクラスターの挙動 (横軸は p 。なだらかな方から $L=25, 50, 75, 100$)

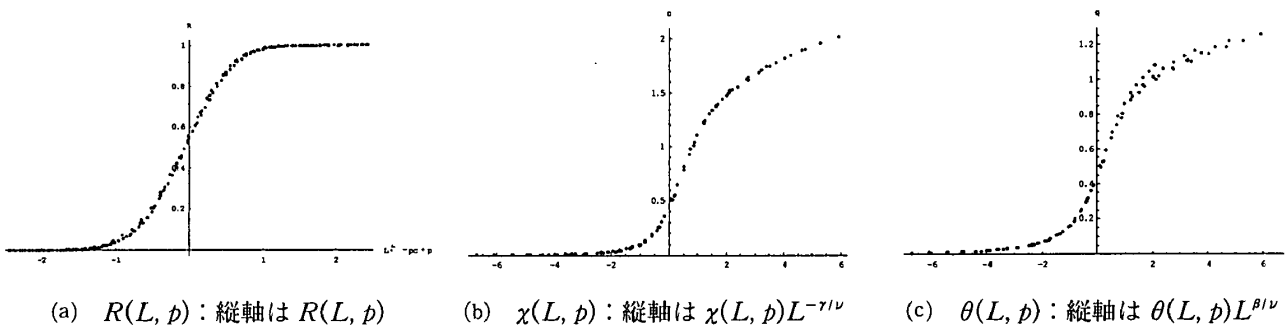


図6 $R(L, p)$, $\chi(L, p)$, $\theta(L, p)$ のスケーリング関数: 横軸は $(p - p_c)L^{1/\nu}$ (文献[2])

とが確認されている。

ここで、延焼危険の評価の観点から閾値 $p_c(L)$ 及び三つの関数を解釈してみると、次のようになる。

- ・ $p_c(L)$: 領域の端から端まで広がる市街地の平均像
- ・ $R(L, p)$: 領域の端から端まで延焼被害が起こる確率
- ・ $\chi(L, p)$: 焼失棟数の期待値
- ・ $\theta(L, p)$: 最大被害率

有限領域の閾値 $p_c(L)$ は、無限大の場合と同様、評価基準と考えることができるが、閾値によって示される評価基準は、図5に見るように無限領域のときほど明確ではない。よって「目安」として考えるべきものといえる。それに代わり、有限領域では、被害イメージを直観的に理解しやすい意味を持つ延焼危険を表す上記の関数を用いて防災性を評価することができる。さらに、各関数は領域の大きさに関わらず、スケーリング関数を用いて一元的に表すことができることから、任意の大きさの区域を評価対象とすることができる。

クラスターの挙動を表す三つの関数を使って次のように評価することが可能になる。図7を見てみよう。縦軸は延焼危険、横軸は可燃建物率 p を表しており、それらがスケーリング関数によって関係づけられていることから、任意の大きさの領域に対し、延焼危険と可燃建物率の対応関係を読みとることができる。

延焼危険の評価ではスケーリング関数を次のように用いる。評価の対象となる市街地の可燃建物率 p が与えられれば、即ち図6の横軸が与えられれば、その市街地の延焼危険は任意の関数の値が与えられ、その値をもって延焼危険を評価することができる。また、逆に、市街地の改善目標として関数の値が与えられれば、スケーリング関数を読みとることによって、与えられた延焼危険に対応する可燃建物率 p 、即ち、市街地の目標像を求めることができる。

延焼危険のレベルとして複数の関数値を与えてスケーリング関数を読みとり、それに対応する可燃建物率を求めれば、図4の平面に等延焼危険曲線を描くことができる。次節では、実際の市街地データを用いて評価結果を例示する。

5. 東京都における延焼危険の評価例

東京都のデータを使って評価した結果を図7に示す。なお、評価に際しては、市街地の構成要素の配置は現実の市街地状況をふまえ、ポアソン分布と離散空間の中間的な性質を持つ「逐次充填分布¹」に従うと仮定

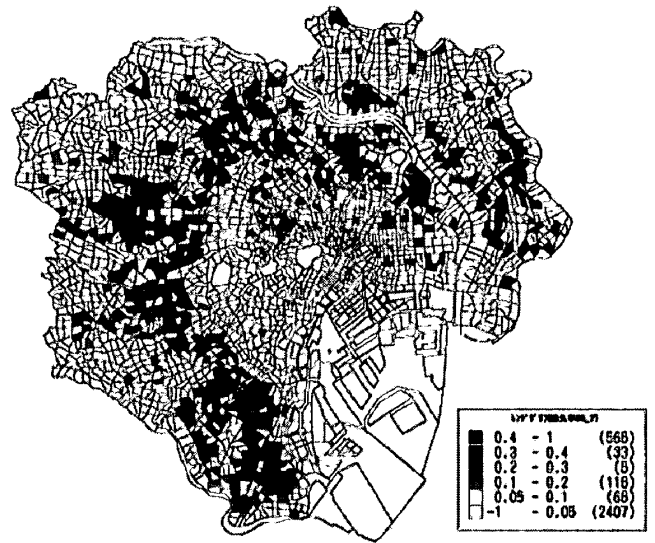


図7 延焼危険の評価結果（東京都23区）：焼失率40%以上、30~40%、20~30%、10~20%、5%未満

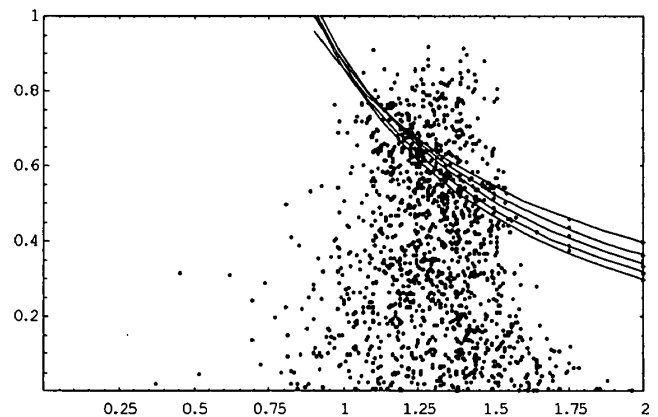


図8 延焼危険の評価結果（東京都23区）：各点は町丁目を表す。4本の曲線は等焼失率曲線を表し、上から順に40%以上、30~40%、20~30%、10~20%、5%未満

し、延焼限界距離は7m、領域の大きさ1km²と仮定した。また、延焼危険として平均焼失率を採用し、焼失率40%以上、30~40%、20~30%、10~20%、5%未満の5段階評価を行った。

¹ 逐次充填分布は、離散空間分布とポアソン分布の中間的な性質を持つものとみなせる分布であり、次のようなアルゴリズムで生成される分布である。一定の大きさの円をランダムに落とし、それがすでに配置されている円と重なれば捨てる。重ならなければ配置する。このようなアルゴリズムで生成された円の中心点の分布が逐次充填分布である。逐次充填分布は円の大きさに依存し、円が小さいほどランダム性が強い分布となる。円の大きさがゼロのときはポアソン分布に一致する。ここでは分布を生成させるときの円の直径を延焼限界距離の0.8倍とした。

図7をみると、木造建物が集積しかつ高密度で集積している区域が抽出されていることが分かるであろう。

図8は、図4と同じ平面に等焼失率曲線とともに町丁目のデータをプロットしたものである。この図の右上側にプロットされている点が危険な市街地を表すが、これらの点と等焼失率曲線の位置関係は、延焼危険を低減させるためには ρ 、 d^* をどれくらい変えればよいかを示している。これは、今後の市街地整備計画の方向性を示している。

6. おわりに

本稿では、市街地の防災性評価が木造密集市街地の整備計画を規定している現状をふまえ、災害メカニズムの評価方法への反映と実用性を両立させながら、市街地の構成要素と防災性との関係を明示し得る評価方法として、パーコレーション理論を用いた評価方法を紹介した。本稿では延焼危険に関する評価方法への応用例を取り上げたが、このほかにも、建物の倒壊による道路閉塞を原因とする災害直後の活動障害の評価に応用した例があり、パーコレーション理論は市街地の防災性評価の基礎理論として大きな可能性を有するものと認識している。しかし本稿に見るように評価に際しては様々な仮定を置く必要性があり、これらの妥当性を十分検証していく必要がある。特に閾値のモデル依存性が高いことから、市街地の構成要素の配置に関する仮定が評価結果に大きく影響している可能性が高い。現在、この点に焦点を当てて研究を進めているところである。

しかしながら検証されていない仮定があるにしろ、本稿が示した市街地の構成要素と防災性との関係についての構造的な説明は、今後、防災性向上に向けた都市計画的対策の戦略づくりにおいて重要な情報を与えるものといえる。

参考文献

- [1] 加藤孝明, 小出治: 市街地延焼からみた市街地整備のための性能基準に関する基礎的考察—不燃領域率による性能基準の一般化—, 日本建築学会計画系論文集, vol. 516, pp. 185-191, 1999.2.
- [2] 加藤孝明, 久貝壽之他: 市街地延焼からみた市街地整備のための性能基準に関する基礎的考察(その2)—有限領域への展開—, 日本建築学会計画系論文集, vol. 525, pp. 241-248, 1999.11.
- [3] 加藤孝明, 久貝壽之他: 市街地延焼からみた市街地整備のための性能基準に関する基礎的考察(その3)—逐次充填間引き分布モデルについての考察—, 日本建築学会計画系論文集, vol. 534, 2000.8.
- [4] 久貝壽之・加藤孝明・小出治: 道路閉塞からみた街路の防災性能の評価手法の提案, 地域安全学会論文集, no. 1, 1999.11.
- [5] 久貝壽之, 加藤孝明, 小出治: パーコレーション理論に基づいた地区レベル道路網の防災性能評価に関する基礎研究, 日本建築学会計画系論文集, vol. 549, 2001.11.
- [6] 東京消防庁: 市街地状況調査報告書第6回, 2000. パーコレーション理論に関する参考文献.
- [7] Stauffer: Introduction to Percolation Theory, 1992.
- [8] G. Grimmett: Percolation, Springer-Verlag, 1989.