

レイヤーがそのコストを負担することでリンクが形成され、コストを負担するプレイヤーのみが利得を得ることのできる一方向フローモデルと、両端のプレイヤーが利得を得ることのできる二方向フローモデルの2種類の数理モデルを提案した。一方向フローモデルでは、空ネットワークとリングネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークであり、二方向フローモデルでは、空ネットワークと中心支持スターネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークであることを示した。

ネットワーク形成に関する数理モデルを用いた分析の妥当性を評価するために、被験者実験が行われている。Deck and Jackson[8] は Jackson and Wolinsky[14] のモデルに対応した被験者実験を行い、多くの場合、被験者の行動は数理モデルに従うことを示したが、一部の被験者の逸脱行動により必ずしも長期間維持されないことを示した。Callander and Plott[6] は、Bala and Goyal[4] の一方向フローモデルに対する実験で、狭義ナッシュ均衡ネットワークである空ネットワークやリングネットワークが形成されることを示した。また、Falk and Kosfeld[9] の行った二方向フローモデルに対する被験者実験では、狭義ナッシュ均衡ネットワークである中心支持スターネットワークが形成されなかった。彼らは、中心支持スターネットワークにおける利得の非対称性が大きいために、被験者が不公平性を回避するための行動であったと述べている。Berninghaus *et al.*[5] は、Bala and Goyal[4] の二方向フローモデルを一部変更し、利得の非対称性が小さい周辺支持スターネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークとなる数理モデルを提案し、これに対応した被験者実験を行った。実験結果として、周辺支持スターネットワークは一時的に形成されたが、一部のプレイヤーが均衡戦略から逸脱し、その後、中心プレイヤーの交代が観測された。

Hayashida *et al.*[11-13] は、被験者実験において被験者が形成されたすべてのネットワーク構造における利得の総和に基づいた金銭報酬を受け取ることに着目し、被験者が利得の総和を最大化するような行動を試行錯誤的に獲得しているという仮定に基づいた人工適応型エージェントを構築し、いくつかのシミュレーション分析を行った。その結果、被験者は必ずしも利得最大化のための合理的な行動を選択するとは限らず、試行錯誤的に行動を選択することもあることが示されている。西崎ら [17] は、Berninghaus *et al.*[5] のモデルのようにナッシュ均衡における各プレイヤーの利得が均質ではない状況では、被験者間に暗黙の合意が形成されると考え、プレイヤー間の協調や暗黙の合意を考慮した期待利得最大化の意味での安定性に基づく解概念である、*相関均衡 (Correlated Equilibrium) [1-3, 18] による被験者の行動の説明を試みた。その結果、実験の多くの期間で観測された被験者の不合理な行動や効率性の悪いネットワークを除外することにより、相関均衡により被験者の行動が説明できることが示されている。しかし、除外している不合理な行動やネットワーク構造の割合が高いことから、必ずしも相関均衡だけでは被験者の行動を十分に説明できていない。

従来研究では、実験 [5] における被験者の行動は、試行錯誤的な意思決定構造 [11-13]、あるいは被験者間の暗黙の合意に基づく協調的行動 [17] により部分的に説明できることが示された。本論文では、被験者の意思決定はこれらの複合により説明することを試みる。すなわち、不合理とされていた被験者の行動を被験者間での暗黙の合意を形成するための試行錯誤的な行動の一環であると解釈し、相関均衡に基づく数理モデル [17] を拡張することで、被験者の行動を説明できる数理モデルを構築する。

利得最大化のための合理的な行動のみを選択する被験者と比べて、試行錯誤的な行動を選

*関連均衡と同義。

択する被験者はさまざまな行動を取ると考えられ、長期間かつ多様な実験を行う必要があるといえる。従来研究 [5, 17] では十分な数の実験が行われていないため、本論文では追加的な被験者実験を行い、提案する被験者の行動モデルと被験者との行動を比較することで、本論文で提案する行動モデルの妥当性を示す。

本論文の構成は次の通りである。2節でネットワーク形成に関する定義と数理モデルについて簡単に説明し、3節で従来研究での数理モデルと被験者実験について述べ、4節で追加的な被験者実験について述べる。5節では、相関均衡に基づく被験者の行動モデルを構築し、被験者の行動に関する分析を行う。最後に、6節で結論を述べる。

2. ネットワーク形成と被験者実験

2.1. ネットワーク

プレイヤーを頂点、プレイヤー間に形成されるリンクを枝として数学的に記述された有向グラフによりネットワークを定義する。また、 $N = \{1, 2, \dots, n\}, n \geq 3$ をプレイヤーの有限集合とする。

プレイヤー i がプレイヤー j とリンクを形成しているとき $s_{ij} = 1$ 、そうでなければ $s_{ij} = 0$ とする。プレイヤー i の純戦略は他プレイヤーとのリンク形成の有無であり、 $s_i = (s_{i1}, \dots, s_{ii-1}, s_{ii+1}, \dots, s_{in}) \in S_i, s_{ij} \in \{0, 1\}, j \in N \setminus \{i\}$ とする。また、 $\bar{s}_{ij} = \max\{s_{ij}, s_{ji}\}$ とする。すべてのプレイヤーの純戦略集合は $S = \prod_{i \in N} S_i$ である。

定義 2.1 (リンク). 任意の2人のプレイヤー $i, j \in N$ に対して、 $s_{ij} = 1$ ならばプレイヤー i はプレイヤー j にリンクを形成しているといい、2人のプレイヤーは直接的に連結している。すべてのプレイヤーの戦略プロファイル $s = (s_1, \dots, s_n) \in S$ で表されるリンクの集合を $L(s) = \{ij \mid s_{ij} = 1, i, j \in N\}$ とする。

$s_{ij} = 1$ ならば、プレイヤー i はプレイヤー j にリンクを形成しているという。また、両方向のリンクが形成されることもあり、そのときは $s_{ij} = s_{ji} = 1$ となる。

定義 2.2 (ネットワーク). プレイヤーの集合とリンクの集合との組 $g = (N, L(s))$ をネットワークといい、任意のネットワーク $g = (N, L(s))$ は有向グラフにより表現される。

定義 2.3 (パス). 任意のネットワーク $g = (N, L(s))$ において、 $\bar{s}_{ij} = 1$ 、あるいはプレイヤーの集合 $\{j_1, \dots, j_m\}$ に対して $\bar{s}_{ij_1} = \bar{s}_{j_1j_2} = \dots = \bar{s}_{j_mj} = 1$ が成り立つならば、 i から j へのパスが存在するといい、 $i \overset{g}{\rightsquigarrow} j$ と表す。

定義 2.4 (スターネットワーク・リングネットワーク). あるプレイヤー $i \in N$ に対して、 $\bar{s}_{ij} = 1$ かつ $\bar{s}_{jk} = 0, j \in N \setminus \{i\}, k \in N \setminus \{i, j\}$ となるようなネットワーク $g^s = (N, L^s(s))$ をスターネットワークといい、プレイヤー i を中心プレイヤー、プレイヤー j ($j \neq i, j \in N$) を周辺プレイヤーという。 $\bar{s}_{i_1i_2} = \bar{s}_{i_2i_3} = \dots = \bar{s}_{i_ni_1} = 1$ となるようなネットワーク $g^w = (N, L^w(s))$ をリングネットワークという。

スターネットワークとリングネットワークの例を図1, 2に示す。

スターネットワークにおいて、 $s_{ij} = 1, s_{ji} = 0$ かつ $\bar{s}_{jk} = 0, \forall j \in N \setminus \{i\}, \forall k \in N \setminus \{i, j\}$ となるようなネットワーク $g^{cs} = (N, L^{cs}(s))$ を中心支持スターネットワークといい、 $s_{ji} = 1, s_{ij} = 0$ かつ $\bar{s}_{jk} = 0, \forall j \in N \setminus \{i\}, \forall k \in N \setminus \{i, j\}$ となるようなネットワーク $g^{ps} = (N, L^{ps}(s))$ を周辺支持スターネットワークという。すなわち、中心支持スターネットワークは1人のプレイヤーからリンクが形成されているスターネットワークであり、周辺支持スターネットワークは1人のプレイヤーにリンクが形成されているスターネットワークである。中心支持スターネットワークと周辺支持スターネットワークの例を図3, 4に示す。

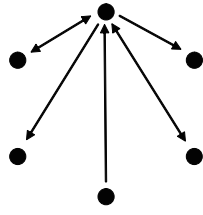


図 1: スターネットワーク

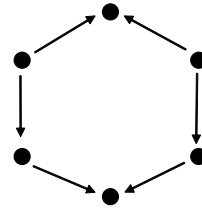


図 2: リングネットワーク

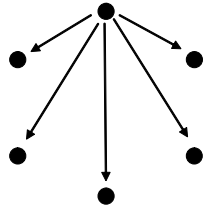


図 3: 中心支持スターネットワーク

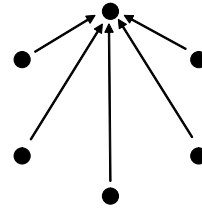


図 4: 周辺支持スターネットワーク

定義 2.5 (利得関数). 任意のネットワーク $g = (N, L(s))$ において, 各プレイヤー $i \in N$ に対して実数値を割り当てる実数値関数 $\pi_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ をプレイヤー $i \in N$ の利得関数という.

ネットワーク $g^* = (N, L(s^*))$ において, プレイヤー i 以外のプレイヤーの戦略の組を s_{-i}^* とすると, $\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i', s_{-i}^*), \forall s_i' \in S_i, \forall i \in N$ が成り立つとき, $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ をナッシュ均衡, $g(N, L(s^*))$ をナッシュ均衡ネットワークという. 特に, すべてのプレイヤーに対して不等号が強意に成立するとき, $g(N, L(s^*))$ を狭義ナッシュ均衡ネットワークという.

2.2. 数理モデルと被験者実験

Bala and Goyal[4] は, ある 2 人のプレイヤー間にリンクが形成されている場合だけではなく, 複数のリンクにより間接的に接続されている場合, すなわち, 2 人のプレイヤー間にパスが存在する場合にもプレイヤーが利得を得ることのできるような数理モデルを提案した. ここでは, パスを構成するリンクの向きによってプレイヤーの得られる利得が制限される一方向フローモデルと, パスの両端のプレイヤーが利得を得る二方向フローモデルの二種類の数理モデルが構築された. 一方向フローモデルでは, 空ネットワークやリングネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークであり, 被験者実験 [6] においてこれらのネットワークが形成されることが確認されている. しかし, Falk and Kosfeld[9] は, 中心支持スターネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークとなる二方向フローモデルに対する被験者実験を行い, 狭義ナッシュ均衡ネットワークが形成されなかったことを報告している. 彼らは, 狭義ナッシュ均衡ネットワークにおいてプレイヤーが得る利得は非対称性が大きく, 被験者が不公平な利得を回避し, 利得の小さい中心プレイヤーにはなろうとしなかったことが実験結果の原因であると示唆している. Berninghaus *et al.* [5] は, スターネットワークの中心プレイヤーと周辺プレイヤーの利得の非対称性が比較的小さい, 周辺支持スターネットワークが狭義ナッシュ均衡ネットワークとなる数理モデルを構築し, これに対応する被験者実験を行った. その結果, 周辺支持スターネットワークが形成されたが, 1 つのネットワークが維持されることはなく中心プレイヤーが交代するようなネットワーク形成過程が観測された. 西崎ら [17] は, Berninghaus *et al.* の実験のように不公平な利得が存在する状況では, 被験者間に暗黙の合意が形成されると考え, プレイヤー間の協調や暗黙の合意を考慮した期待利得最大化の意味での安定性に基づく解概念である, 相関均衡による被験者の行動の説明を試

みた. Berninghaus *et al.* の行った実験において, 被験者が暗黙の合意を形成するためには一定以上の期間が必要であると考え, 西崎らは, 期間を長くした実験を行い, Berninghaus *et al.* の実験と同様に, 周辺支持スターネットワークの形成と中心プレイヤーの交代が観測された. 次に Berninghaus *et al.* の数理モデルと関連する被験者実験について述べる.

2.2.1. Berninghaus *et al.* の数理モデルと被験者実験

Berninghaus *et al.* [5] の数理モデルでは, プレイヤー i は, 自分とリンクで接続している, あるいは自分がリンクを形成しているプレイヤーを経由して距離2のパスで間接的に接続しているプレイヤーから利得を得ると仮定している. すなわち, $N_i^a(s) = \{j \mid s_{ij} = 1, j \in N, j \neq i\}$, $N_i^p(s) = \{j \mid s_{ji} = 1, j \in N, j \neq i\}$, $N_i^{ind}(s) = \{k \mid s_{ij} = 1 \text{ and } \bar{s}_{jk} = 1, j, k \in N, j, k \neq i\}$ としたとき, プレイヤー i は, プレイヤー集合 $N_i(s) = N_i^a(s) \cup N_i^p(s) \cup N_i^{ind}(s)$ から利得を得る. このとき, プレイヤー i の利得は次式で定義される.

$$\pi_i(s) = a|N_i(s)| - c|N_i^a(s)| \quad (2.1)$$

ここで, $a (> 0)$ と $c (> 0)$ はそれぞれプレイヤーの情報価値とリンクコストであり, リンク形成もしくは削除は一方的に行うことができるものとする. 式 (2.1) より, リンクコストはリンク形成を提案するプレイヤーが支払うが, 利得は両端のプレイヤーが得ることができる. このとき, 命題 2.1 を得る.

命題 2.1. プレイヤー i の利得関数が式 (2.1) で与えられるとき, $c < (n-1)a$ かつ $n > 3$ ならば, 周辺支持スターネットワークは狭義ナッシュ均衡ネットワークである.

Berninghaus *et al.* は, 利得関数が式 (2.1) で定義されるネットワーク形成の数理モデルに関する被験者実験を行った. 実験は, 離散時間実験と連続時間実験の2種類に分類される. 離散時間実験では, 被験者はコンピュータの画面に表示された現時刻のネットワークに対して, 自分のリンク戦略を入力し, すべての被験者が入力した後に, 更新されたネットワーク構造がコンピュータに表示され次の期に移行する. これを15期間繰り返す. 離散時間実験では, 被験者は任意の時刻に自分のリンク戦略を入力し, 入力した戦略は直ちに反映されネットワーク構造が更新され, これを1800秒間行う. 実験結果として, いずれの実験でも周辺支持スターネットワークが形成され, 連続時間実験では中心プレイヤーの交代が観測された.

2.2.2. 西崎らの被験者実験

西崎ら [17] は実験期間を200期間として被験者を各4名2グループに分けて実験を行った. 実験では, 狭義ナッシュ均衡ネットワークである周辺支持スターネットワークが形成されたが, 次の期には被験者は均衡戦略から逸脱することで, 形成されたネットワーク構造は維持されず, いくつかのリンク戦略の変更を経て中心プレイヤーが交代した. 周辺支持スターネットワークにおいて中心プレイヤーが1人の周辺プレイヤーとの間に新たにリンクを形成したネットワークでは, すべてのプレイヤーの利得が等しくなるため, このネットワークは等利得スターネットワークとよばれる. このネットワークにおいて, 中心プレイヤーの利得はリンクを1本削除することで増加するため, リンクを維持することは中心プレイヤーにとっては合理的な行動とはいえないが, 実験ではこのネットワークの形成が多く観測された. このような, 利得最大化では説明できない被験者の不合理な行動が多く観測されており, †西崎らは被験者の不合理な行動によって形成されると考えられるネットワークを排除

†等利得スターネットワークのように, ほとんどのプレイヤーが合理的な行動を取るようなネットワークを排除の対象とはされていない.

したネットワーク集合に対して、各ネットワークの形成頻度を被験者の[‡]相関戦略と解釈し、それが相関均衡となることを示した。なお、本論文でも同様の被験者実験を行っており、これらの関連研究 [5, 17] の結果とあわせて 3 節に示す。

3. 被験者実験

西崎らの被験者実験 [17] は 2 つのグループに対して、Berninghaus *et al.* の実験 [5] と同様の離散時間実験が行われているのみであり、被験者の行動を検証するために十分な数の実験とはいえない。このため、本論文では参加人数やリンクコストなどのパラメータを変更し、実験期間を 200 期間とした離散時間実験と、3600 秒とした連続時間実験を行う。

3.1. 被験者実験の設定

本論文では、ネットワーク形成に関する Berninghaus *et al.* [5] の数理モデルに対応した被験者実験を効率的に行うために、CGI と Java アプレットを応用した WEB アプリケーションを開発した。被験者は 1 人 1 台のコンピュータネットワークに接続された端末を利用することで実験に参加する。ただし、実験中の被験者間の直接的なコミュニケーションは禁止している。本実験には、インターネット上の告知により集められた 74 名の被験者が参加した。被験者はすべて広島大学に所属する学生であり、それぞれ 1 種類の実験のみに参加した。被験者には実験で得られた利得の総和に依存して、最小 1,295 円、最大 2,934 円、平均 2,326.1 円の金銭報酬が支払われた。これには西崎らの実験 [17] において被験者に支払われた金銭報酬も含まれる。WEB アプリケーションの例として、図 5 に 5 人の被験者で構成されるグループにおける、離散時間実験で被験者が操作する画面を示す。

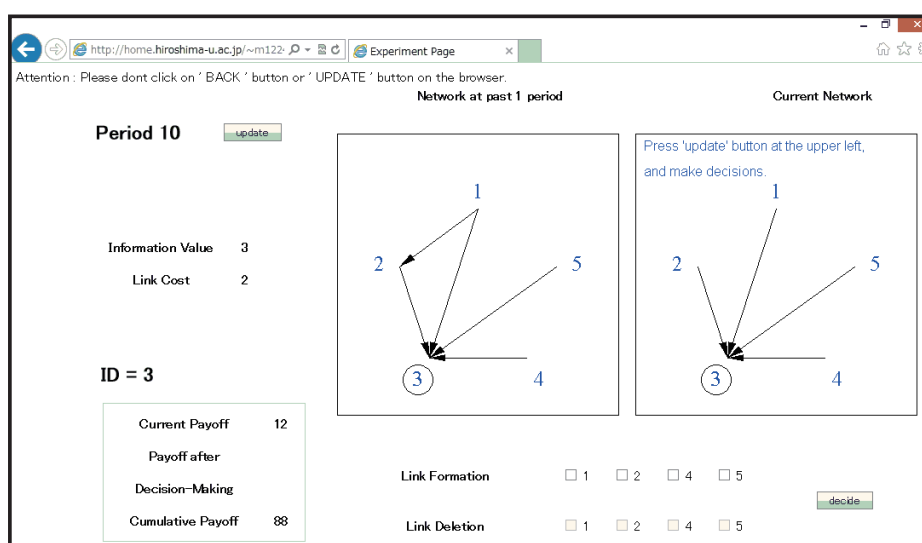


図 5: 被験者実験用 WEB アプリケーションの操作画面 (5 人・離散時間実験)

実験中は、従来研究での実験 [5, 17] と同様の情報を被験者に与えるために、図 5 に示される実験画面には、情報価値とリンクコスト、自分のプレイヤー番号、現在の利得と累積利得、現在のネットワークに関する情報が表示されている。さらに、離散時間実験では現在の期数と 1 期前のネットワークに関する情報、連続時間実験では現在のネットワークの維持時

[‡]相関戦略と同義。

間、実験開始からの経過時間、実験終了までの時間、直前に変更されたネットワーク構造が表示される。

本論文では、利得関数を式 (2.1) として、プレイヤー数 n 、情報価値 a 、リンクコスト c を表 1 のように設定して 8 種類の被験者実験を行う。また、各種の実験では被験者 n 人ずつの 2 グループに分けて実験を行う。従来研究の被験者実験 [5, 17] では、被験者実験に関連するパラメータを $n = 4, a = 3, c = 2$ と設定したため、本論文ではこれを参考にこれらのパラメータを設定する。 $n = 4, a = 3, c = 2$ を基本パラメータとして、プレイヤー数 n の影響を分析するために $n = 5, 6$ と変動させた離散時間実験を行う。次に、情報価値 a 、リンクコスト c に関して、基本パラメータでは $a > c$ となっているが、 $a < c$ とした場合、1 本のリンク形成によって間接的に情報価値を得られるプレイヤーが存在しなければそのリンクを形成することは非合理的であるといえる。このような状況でのネットワーク形成について分析するために、リンクコストを $c = 5$ とした離散時間実験を行う。また、被験者が新たなリンクの形成を検討するとき、リンクにより直接接続するプレイヤーから得られる情報価値とリンクコストの差分 $a - c$ が影響すると考えられるが、このことを検証するために基本パラメータと同様に $a - c = 1$ の関係を持つように、 a, c を $a = 5, c = 4$ とそれぞれ変動させた離散時間実験を行う。さらに、いくつかの実験によって、プレイヤー数 n 、リンクコスト c がネットワーク形成に影響を与えることが明らかとなったので、 $n = 6, a = 3, c = 8$ とした離散時間実験も行う。従来研究の被験者実験 [5, 17] では、 $n = 4, a = 3, c = 2$ とした連続時間実験が行われていたが、本論文では追加的に $n = 4, a = 5, c = 4$ とした連続時間実験を行い、離散時間実験と比較する。

表 1 では、離散時間実験を D 、連続時間実験を C で表し、実験の種類とパラメータ値により各グループ名を決めており、グループ $X_{n,a,c}^i$, $X = D, C, i = 1, 2$ とする。例えば、グループ D_{532}^1, D_{532}^2 の 2 グループに対して $(n, a, c) = (5, 3, 2)$ の離散時間実験を行う。なお、グループ $D_{432}^1, D_{432}^2, C_{432}^1, C_{432}^2$ は西崎らにより行われた被験者実験である。表 1 には、周辺支持スターネットワークにおける中心プレイヤーおよび周辺プレイヤーの利得も示されている。

表 1: 実験の種類とパラメータ

(n, a, c)	(4, 3, 2)	(5, 3, 2)	(6, 3, 2)	(4, 3, 5)	(4, 5, 4)	(6, 3, 8)
離散時間実験	†○	○	○	○	○	○
連続時間実験	†○				○	
利得 (中心プレイヤー)	9	12	15	9	15	15
利得 (周辺プレイヤー)	7	10	13	4	11	7

†西崎ら [17] による実験結果

n 人プレイヤーの周辺支持スターネットワークにおける中心プレイヤーの利得は $(n - 1)a$ 、周辺支持スターネットワークの利得は $(n - 1)a - c$ であり、リンクコスト c がこれらのプレイヤーの利得差となる。表 1 に示されるとおり、本論文ではリンクコストを $c = 2, 4, 5, 8$ のいずれかに設定しており、 c が大きくなれば周辺支持スターネットワークにおける利得差が大きくなる。また、 $(n, a, c) = (6, 3, 8), (4, 3, 5)$ とするグループにおいて周辺支持スターネットワークが形成された場合、中心プレイヤーの利得は周辺プレイヤーの利得の倍以上となる。

3.2. 実験結果

表1に示されるパラメータ設定のもと被験者実験を行った結果、すべてのグループで周辺支持スターネットワーク、等利得スターネットワーク、リングネットワークが形成された。表2に、これらのネットワークの各グループでの出現頻度を示す。離散時間実験では開始から500期まで、連続時間実験では開始から900秒まではネットワークの形状が激しく変化するため、本論文ではこれらの期間を被験者の初期学習の期間であると考え、離散時間実験(D)では51–200期の150期間での形成期数、連続時間実験(C)では901–3600秒の2700秒間での形成時間(秒)を分析の対象としている。また、周辺支持スターネットワークが形成されたグループに関しては、中心プレイヤーの交代が観測された回数も示している。

表2: ネットワークの形成期間(離散時間実験)および形成時間(連続時間実験)

グループ $D_{n,a,c}^i$ ($n=6$)	D_{632}^1	D_{632}^2			D_{638}^1	D_{638}^2
周辺支持スターネットワーク (中心プレイヤーの交代回数)	149	148			39	76
等利得スターネットワーク	0	0			6	5
リングネットワーク	0	0			1	6
	0	0			0	0
グループ $D_{n,a,c}^i$ ($n=5$)	D_{532}^1	D_{532}^2				
周辺支持スターネットワーク (中心プレイヤーの交代回数)	118	0				
等利得スターネットワーク	1	—				
リングネットワーク	2	46				
	0	0				
グループ $D_{n,a,c}^i$ ($n=4$)	D_{432}^1	D_{432}^2	D_{435}^1	D_{435}^2	D_{454}^1	D_{454}^2
周辺支持スターネットワーク (中心プレイヤーの交代回数)	2	5	1	0	2	63
等利得スターネットワーク	1	3	0	—	0	3
リングネットワーク	70	9	0	0	76	4
	2	31	92	115	9	1
グループ $C_{n,a,c}^i$	C_{432}^1	C_{432}^2			C_{454}^1	C_{454}^2
周辺支持スターネットワーク (中心プレイヤーの交代回数)	48	237			21	87
等利得スターネットワーク	5	3			0	6
リングネットワーク	88	0			43	110
	87	0			51	84

表2に示されるように、 D_{435}^2, D_{532}^2 を除く14のグループで狭義ナッシュ均衡ネットワークである周辺支持スターネットワークが形成され、異なる中心プレイヤーを持つ複数の周辺支持スターネットワークの形成が観測された。また、 $D_{532}^1, D_{632}^1, D_{632}^2$ を除くすべてのグループにおいて、形成された周辺支持スターネットワークは長期間維持されなかった。4人で行われた離散時間実験では、 D_{454}^2 を除きグループ内の被験者の利得が均一な等利得スターネットワークとリングネットワークの形成が観測されている。これらのネットワークにおける総利得は、形成可能なネットワークの中で周辺支持スターネットワークの次に高い。特に、連続時間実験の $C_{432}^1, C_{454}^1, C_{454}^2$ の3つのグループでは、周辺支持スターネットワークよりも等利得スターネットワークやリングネットワークが多く形成されている。一方で、 C_{432}^2 で

はこれらのネットワークが1回も形成されず、周辺支持スターネットワークがのべ237秒間形成されている。いずれの場合も、表2に示されるネットワークが形成されている時間は、2700秒間のうちの10%以下である。各被験者が任意の時間に意思決定できる連続時間実験では、離散時間実験に比べてネットワーク構造が維持されにくいことが原因と考えられる。

先述のとおり、周辺支持スターネットワークの中心プレイヤーと周辺プレイヤーの利得差はリンクコスト c であり、 c が大きければプレイヤー間の利得差が大きい。表2に示される、周辺支持スターネットワークが形成されたグループの中で、中心プレイヤーの交代回数は、周辺支持スターネットワークがほとんど形成されなかった $c = 5$ の場合を除くと、 $c = 2$ では平均1.86回、 $c = 4$ では平均2.25回、 $c = 8$ では平均5.50回であり、リンクコストが小さくプレイヤー間の利得差が小さい場合には、被験者は周辺支持スターネットワークを維持する傾向があり中心プレイヤーの交代が少なく、プレイヤー間の利得差が大きい場合には、中心プレイヤーの交代が多く観測された。Berninghaus *et al.*[5] の指摘にもあるように、被験者は不公平な利得を回避するために中心プレイヤーが交代するような行動を取ると考えられ、特に利得差が大きい場合にはその傾向が強いと言える。

周辺支持スターネットワークの中心プレイヤーが交代するネットワーク形成過程において、周辺支持スターネットワークに似た構造を持つネットワーク形成が頻繁に観測された。ここで、2つのネットワーク g^1, g^2 の構造的な違いをあらわす尺度を以下のように定義する。**定義 3.1** (構造距離). ネットワーク $g^1 = (N, L(s^1)), g^2 = (N, L(s^2))$ に対して、構造的な違いを示す指標を構造距離 $d(g^1, g^2)$ という。構造距離 $d(g^1, g^2)$ は、 n 人のプレイヤーの戦略プロファイルの§ハミング距離とし、次式のように定義する。

$$d(g^1, g^2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |s_{ij}^1 - s_{ij}^2| \quad (3.1)$$

ここで、周辺支持スターネットワークの中心プレイヤーがプレイヤー1から2に交代する場合の、ネットワーク構造の変化の例を図6に示す。中心プレイヤーが $i \in N$ の周辺支持スターネットワークを $g^{ps,i}$ と表し、中心プレイヤーがプレイヤー1から2に交代する場合を考えると、図6には各ネットワーク g に対する構造距離 $d(g, g^{ps,1}), d(g, g^{ps,2})$ が示される。ただし、図6に示されるように、ネットワークは $g^{ps,1}, g_1, g_2, g_3, g_4, g^{ps,2}$ の順番で形成されるものとして、新しく形成されるリンクは太線で、削除されるリンクは破線でそれぞれ示される。

	$g = g^{ps,1}$	$g = g_1$	$g = g_2$	$g = g_3$	$g = g_4$	$g = g^{ps,2}$
ネットワーク構造						
$d(g, g^{ps,1})$	0	1	3	5	7	8
$d(g, g^{ps,2})$	8	7	5	3	1	0

図6: 中心プレイヤーの交代の例と構造距離 $d(g, g^{ps,1}), d(g, g^{ps,2})$

§2つのベクトルの各要素の差の絶対値の総和をハミング距離という。

周辺支持スターネットワークとの構造距離 $d(g, g^{ps}) = \min\{d(g, g^{ps,i}) | i \in N\}$ ごとに分類し、それぞれ $d(g, g^{ps}) = 0, 1, 2$ および $d(g, g^{ps})$ が 3 以上であるネットワークの形成頻度を表 3 に示す。

表 3: 周辺スターネットワークとの構造距離 $d(g, g^{ps})$ ごとの形成頻度

$D_{6,3,2}^1$	構造距離 $d(g, g^{ps})$				$D_{6,3,2}^2$	構造距離 $d(g, g^{ps})$			
	0	1	2	≥ 3		0	1	2	≥ 3
1-50 期	27	0	1	22	1-50 期	17	2	1	30
51-100 期	49	1	0	0	51-100 期	48	2	0	0
101-150 期	50	0	0	0	101-150 期	50	0	0	0
151-200 期	50	0	0	0	151-200 期	50	0	0	0
$D_{5,3,2}^1$	0	1	2	≥ 3	$D_{5,3,2}^2$	0	1	2	≥ 3
1-50 期	14	3	3	30	1-50 期	0	3	2	45
51-100 期	31	6	5	8	51-100 期	0	2	4	44
101-150 期	37	6	4	3	101-150 期	0	1	3	46
151-200 期	50	0	0	0	151-200 期	0	43	6	1
$D_{4,3,2}^1$	0	1	2	≥ 3	$D_{4,3,2}^2$	0	1	2	≥ 3
1-50 期	2	2	2	44	1-50 期	3	6	8	33
51-100 期	1	12	9	28	51-100 期	0	0	2	48
101-150 期	0	32	6	12	101-150 期	2	5	7	36
151-200 期	1	27	2	20	151-200 期	3	4	6	37
$D_{4,3,5}^1$	0	1	2	≥ 3	$D_{4,3,5}^2$	0	1	2	≥ 3
1-50 期	1	2	6	41	1-50 期	2	3	15	30
51-100 期	0	0	0	50	51-100 期	0	1	8	41
101-150 期	0	0	12	38	101-150 期	0	0	0	50
151-200 期	1	0	16	33	151-200 期	0	0	0	50
$D_{4,5,4}^1$	0	1	2	≥ 3	$D_{4,5,4}^2$	0	1	2	≥ 3
1-50 期	1	3	6	40	1-50 期	0	6	9	35
51-100 期	0	2	0	48	51-100 期	4	4	15	27
101-150 期	2	31	13	4	101-150 期	9	4	16	21
151-200 期	0	44	6	0	151-200 期	50	0	0	0
$D_{6,3,8}^1$	0	1	2	≥ 3	$D_{6,3,8}^2$	0	1	2	≥ 3
1-50 期	5	9	5	32	1-50 期	8	4	2	37
51-100 期	7	7	2	34	51-100 期	22	3	9	16
101-150 期	16	8	3	23	101-150 期	33	1	5	11
151-200 期	17	2	1	30	151-200 期	21	3	2	24
$C_{4,3,2}^1$	0	1	2	≥ 3	$C_{4,3,2}^2$	0	1	2	≥ 3
1-900 秒	7	88	213	602	1-900 秒	41	103	148	617
901-1800 秒	17	80	149	669	901-1800 秒	90	160	199	456
1801-2700 秒	15	61	142	692	1801-2700 秒	77	157	154	516
2701-3600 秒	16	50	114	730	2701-3600 秒	70	113	106	611
$C_{4,5,4}^1$	0	1	2	≥ 3	$C_{4,5,4}^2$	0	1	2	≥ 3
1-900 秒	0	20	67	820	1-900 秒	136	263	182	340
901-1800 秒	6	65	157	739	901-1800 秒	22	114	195	659
1801-2700 秒	12	19	79	808	1801-2700 秒	29	70	201	658
2701-3600 秒	12	54	247	595	2701-3600 秒	39	131	211	526

表 3 より、 $d(g, g^{ps})$ が 3 以上であるリングネットワークが形成された期間を除いて、被験

者の初期の学習期間である，離散時間実験の 500 期以降および連続時間実験の 900 秒以降に構造距離が 3 以上のネットワークの形成頻度が減少していることがわかる．すなわち，周辺支持スターネットワークあるいは似た構造を持つネットワークの形成頻度は，初期の学習期間以降増加している．また，等利得スターネットワーク g は， $d(g, g^{ps}) = 1$ であり，表 2 に示される等利得スターネットワークの形成頻度を除けば，初期の学習期間以降は，構造距離が 1 あるいは 2 のネットワーク形成の頻度は多くのグループで減少している．

次に，グループの人数の影響について考察する．表 2 より， D_{432}^1, D_{454}^1 では等利得スターネットワーク， $D_{432}^2, D_{435}^1, D_{435}^2$ ではリングネットワークの形成回数が多い．一方で，グループの人数を 5 人あるいは 6 人とした実験においては，リングネットワークは 1 回も形成されず，スターネットワークの形成が多く観測された．グループの人数が 4 人の場合リングネットワークはナッシュ均衡ネットワークであるが，5 人以上の場合はナッシュ均衡ネットワークではないことが影響していると考えられる．また，グループの人数が 4 人あるいは 5 人の場合にはリングネットワークや等利得スターネットワークの形成が多く観測されているが，6 人の場合には，グループ内のすべての被験者の獲得利得が均等となるようなこれらのネットワークの形成回数が極端に少ないことから，人数が増えると不公平な利得を回避するような行動が取られにくくなるといえる．すなわち，Berninghaus *et al.* が指摘するような，短期的に不公平性を回避する行動は，利得差だけではなくグループの人数も影響していると考えられる．

以上をまとめると，多くのグループで周辺支持スターネットワークは長期間維持されず，特に連続時間実験ではその期間が短かった．また，リングネットワークや等利得スターネットワークの形成による，短期的な獲得利得の不公平性を回避する行動が観測されたが，グループの人数が多い場合や，周辺支持スターネットワークでの被験者間の利得差が小さい場合には，このような行動が観測されることは少なかった．次節では，相関均衡に基づいた被験者行動の説明を試みる．

4. 試行錯誤を考慮した被験者の行動分析

4.1. 相関均衡

相関均衡はナッシュ均衡を拡張した解概念であり，すべてのプレイヤーが共通に観測できる偶然機構を考えたとき，それが生成する偶然事象に基づいて各プレイヤーが選ぶ戦略を相関戦略 $\psi : S \rightarrow \mathbb{R}$ といい，次式で定義する．

$$\psi(s) \geq 0, \text{ and } \sum_{s \in S} \psi(s) = 1$$

すなわち，すべてのプレイヤーの戦略プロファイル $s \in S$ が選択される確率の密度 ψ を相関戦略という．ネットワーク形成においては，戦略プロファイル s によってネットワーク構造が決定されるため，相関戦略 $\psi(s)$ はネットワーク $g = (N, L(s))$ の形成頻度となる．

ある 1 人のプレイヤー以外のすべてのプレイヤーがある相関戦略に従うと仮定し，そのプレイヤーが現在の戦略から逸脱することで期待利得を増加させることができない状況がすべてのプレイヤーに対して成り立つとき，その相関戦略を相関均衡という．

定義 4.1 (相関均衡 [1–3, 18]).

$$\sum_{s \in S} \psi(s) \pi_i(s_i, s_{-i}) \geq \sum_{s \in S} \psi(s) \pi_i(t_i, s_{-i}), \forall i \in N, \forall t_i \in S_i \quad (4.1)$$

が成り立つとき、相関戦略 ψ を相関均衡という。特に、すべてのプレイヤーに対して式 (4.1) の不等号が強意に成立するとき、 ψ を狭義相関均衡という。

混合戦略によるナッシュ均衡は各プレイヤーの戦略の周辺確率分布により定義されるが、定義 4.1 より、相関戦略はすべてのプレイヤーの戦略集合に対する同時確率分布により定義される。例えば、信号のある交差点におけるドライバーの行動を考えると、信号が赤ならば停止し、青ならば進むという合意のもとに行動しているといえる。このとき、信号はすべてのドライバーが観測可能な偶然事象と解釈でき、これに従ってすべてのドライバーが行動するとき、これが信号のある交差点におけるドライバーの相関戦略となる。すなわち、相関戦略はすべてのプレイヤーでの合意形成を考慮した解概念であると解釈される。

4.2. 被験者実験でのネットワーク形成

被験者実験におけるネットワーク $g = (N, L(s))$ の形成頻度を、

$$p(s) = \frac{\text{freq}(s)}{R} \quad (4.2)$$

とする。ここで、 $\text{freq}(s)$ はネットワーク $g = (N, L(s))$ の形成期間あるいは時間 (秒) である。 R は実験期間であり、ここでは、離散時間実験については $R = 150$ 、連続時間実験については $R = 2700$ としている。

ネットワーク $g = (N, L(s))$ の形成頻度 (4.2) を被験者の相関戦略 $\psi(s)$ と解釈すると、 D_{638}^1 で形成されたネットワークは式 (4.1) の不等号が強意に成り立つ狭義相関均衡となるが、その他のグループで形成されたネットワークは相関均衡とはならない。

前節で述べたように、一部の被験者による狭義ナッシュ均衡の戦略からの逸脱が観測されており、これは、表 1 に示されるような中心プレイヤーと周辺プレイヤーの利得差も原因のひとつとして考えられる。周辺支持スターネットワークの中心プレイヤーの交代には、すべての被験者のリンク戦略の変更が必要であることから、周辺プレイヤーは他の被験者のリンク戦略の変更を暗黙に促し、自分が中心プレイヤーとなるようなリンク戦略を試行錯誤的に行っていると考えられる。このことは、実験後に被験者に対して行ったアンケートでも示唆されている。周辺プレイヤーが数期後に中心プレイヤーとなるようなネットワーク形成過程では、その被験者が最初に他の周辺プレイヤー 1 人に対して新たにリンクを形成するようなリンク戦略の変更が多く観測された。このようなリンク戦略の変更は試行錯誤的に行われ、直後にもとのネットワークに戻るような戦略変更が観測されることもしばしばあり、実験では周辺支持スターネットワークに近い構造を持ったネットワークが数多く形成された。

本論文では、特定の特徴を持ついくつかのネットワークは被験者の試行錯誤により形成されたものと解釈し、それらの形成頻度 (4.2) を小さく見積もることで被験者の行動を相関均衡により説明できることを示す。

4.3. 重み付相関戦略

ネットワークの形成頻度 (4.2) を相関戦略 $\psi(s)$ と解釈し、不合理な行動を排除すれば、被験者の行動は部分的に相関均衡により説明できることが示されている [17]。相関戦略 $\psi(s)$ を実現するためにはすべてのプレイヤーの合意が必要であるが、実験では被験者間での直接的なコミュニケーションは禁止されているため、被験者のグループで相関戦略が実現されるためには、なんらかの暗黙の合意形成が必要であるといえる。被験者実験で観測された不合理な戦略変更を、暗黙の合意形成のための試行錯誤的な行動と解釈して、実験で形成されたネットワークの形成頻度 (4.2) よりも小さく見積もることにより、試行錯誤的な行動を排除

することができる。本論文では、ネットワークの形成頻度に対して1未満の重みを付加することを考え、これを重み付相関戦略と呼ぶ。

4.4. 重み付相関均衡に基づく被験者の行動分析

3.2節で述べた通り、被験者実験では、図6のネットワーク g_1 や g_4 のような $d(g, g^{ps}) = 1$ となるネットワーク、あるいは $d(g, g^{ps}) = 2$ となるネットワークが多く観測された。すなわち、このようなネットワークが被験者実験における試行錯誤的な暗黙の合意の形成過程において多く形成されると考えられるため、 $d(g, g^{ps}) = 1$ あるいは $d(g, g^{ps}) = 2$ となるネットワーク $g = (N, L(s))$ の形成頻度 $\psi(s)$ に対して以下の重み $\omega(d(g, g^{ps})) \in (0, 1]$ を付加する。

$$\omega(d(g, g^{ps})) = \begin{cases} \rho & \text{if } d(g, g^{ps}) = 1 \\ \sqrt{\rho} & \text{if } d(g, g^{ps}) = 2, \rho \in (0, 1] \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3)$$

重み付相関戦略を $\psi^\omega(s) = \omega(d(g, g^{ps}))p(s)$ とすると、式(4.3)から、 $d(g, g^{ps}) = 1$ あるいは $d(g, g^{ps}) = 2$ となるネットワークの形成頻度に対して1以下の重みが付加され、 $d(g, g^{ps}) = 1$ となるネットワークの形成頻度は $d(g, g^{ps}) = 2$ となるネットワークの形成頻度よりも小さな重みが付加される。また、それ以外のネットワークの形成頻度には重みを付加しないことを意味する。

$\rho = 1$ であるとき、試行錯誤的な行動を考慮しないことを意味しており、ネットワークの形成確率(4.2)は相関戦略 $\psi(s)$ と解釈される。逆に、 ρ が小さい値のとき、試行錯誤的な行動により構造距離が1あるいは2のネットワークが多く形成されたと考え、形成頻度を小さく見積もることを意味する。

表1に示される被験者実験の各グループについて、 $\rho \leq \rho_0$ とすれば、形成されたすべてのネットワークの形成頻度を相関戦略としたとき、重み付相関戦略が相関均衡となるような $\rho_0 \in [0, 1]$ が存在する。各グループにおける最大の ρ_0 を次表に示す。

表4: 各実験グループに対する最大の ρ_0

グループ	D_{432}^1	D_{432}^2	D_{532}^1	D_{532}^2	D_{632}^1	D_{632}^2	D_{435}^1	D_{435}^2
最大の ρ_0	0.010	0.010	0.010	0.0091	—	—	0.010	0.010
グループ	D_{454}^1	D_{454}^2	D_{638}^1	D_{638}^2	C_{432}^1	C_{432}^2	C_{454}^1	C_{454}^2
最大の ρ_0	0.0091	0.010	0.0083	0.0083	0.0083	0.010	0.0083	0.0083

表4から、人数が多ければ ρ が小さくなる傾向があることがわかる。すなわち、グループの人数が多くなれば、被験者は試行錯誤的なリンク戦略の変更が多くなることがわかる。被験者実験では周辺支持スターネットワークの中心プレイヤーが交代することにより、特定の1人の被験者のみが高い利得を得るのではなく、複数の被験者が平均的に高い利得を得ている。上述のとおり、実験では被験者は互いに直接的なコミュニケーションを取ることができないため、中心プレイヤーの交代を暗黙的に実現する必要がある。グループの人数が増えれば最大の ρ_0 が小さくなることから、1人の中心プレイヤーを暗黙で選択するためにはより多くの試行錯誤が必要であるといえる。

離散時間実験よりも連続時間実験のほうが ρ_0 が小さい傾向がある。連続時間実験は任意の時刻にリンク戦略を変更できることから、被験者は試行錯誤的な行動を起こしやすい

ためであると考えられる。なお、グループ D_{632}^1, D_{632}^2 については、周辺支持スターネットワークが形成されなかった期間が 150 期間中 1 期間あるいは 2 期間のみであり、この期間に、 $d(g, g^{ps}) = 1$ あるいは $d(g, g^{ps}) = 2$ となるネットワークは形成されなかったため、 ρ の値に関わらずネットワークの形成頻度を相関戦略とした場合に、重み付相関戦略が相関均衡とならなかった。

本論文の被験者実験のように、被験者が互いに直接的なコミュニケーションを取れない状況においては、暗黙の合意が形成されるためには多くの試行錯誤的な行動選択が必要と考えられ、また、多くの試行錯誤的な行動が取られるグループでは暗黙の合意が形成されやすいと考えられる。グループの人数が少ないグループよりも多いグループのほうが、また、離散時間実験よりも連続時間実験のほうが多くの試行錯誤的な行動が取られていることが、表 2 に示されるような、中心プレイヤーの交代の回数に影響していると考えられる。

表 2 より、 $D_{454}^1, D_{532}^2, C_{432}^1, C_{454}^2$ では、等利得スターネットワークが数多く形成されている。中心プレイヤーは形成している 1 本のリンクを削除することで自分 1 人の利得を増加させるような比較的簡単に選択可能な合理的行動を取るのではなく、むしろ、すべてのプレイヤーの利得が等しくなる等利得スターネットワークを維持することによって獲得利得の短期的な不公平性を回避するような行動を取っていると解釈できる。以上の議論から、被験者は、中心プレイヤーを交代することで長期的な獲得利得の不公平性を回避する、あるいはリングネットワークを形成することにより短期的な不公平性を回避するための、暗黙の合意に基づく集団行動を試行錯誤的に獲得していると考えられる。

5. おわりに

本論文では、ネットワーク形成に関する数理モデルに対する被験者実験を行い、グループの人数やリンクコストなどのパラメータによる利得の非対称性や実験の種類の違いによる、形成されるネットワークの違いについて分析した。被験者実験では、狭義ナッシュ均衡ネットワークである周辺支持スターネットワークが形成されたが、長期間維持されることは少なく多くのグループで中心プレイヤーの交代が観測された。

周辺支持スターネットワークでは中心プレイヤーと周辺プレイヤーの利得が異なり、不公平な利得を回避するために、被験者間で中心プレイヤーの交代という暗黙の合意が形成されたと考えられる。しかし、直接的なコミュニケーションを取ることのできない状況での暗黙の合意が形成される過程では、被験者は試行錯誤的な行動を取ると考えられる。本論文では、このような試行錯誤的な戦略変更によって形成されたと考えられるネットワークに対して、その形成頻度を小さく見積もるような重み付相関戦略を提案し、これが相関均衡であることを示した。すなわち、実験で観測されたようなネットワーク形成過程は、試行錯誤的な被験者間の暗黙の合意の形成過程として説明できることを示した。

参考文献

- [1] R.J. Aumann: Subjectivity and correlation in randomized strategies. *Journal of Mathematical Economics*, **1** (1974), 67–96.
- [2] R.J. Aumann: Correlated equilibrium as an expression of Bayesian rationality. *Econometrica*, **1** (1987), 1–18.
- [3] R.J. Aumann and R.B. Myerson: Endogenous formation of paths between players and coalitions: An application of the Shapley value. In A. Roth (ed.): *The Shapley Value*

- (Cambridge University Press, Cambridge, 1988), 175–191.
- [4] V. Bala and S. Goyal: A non-cooperative model of network formation. *Econometrica*, **68** (2000), 1181–1229.
 - [5] S.K. Berninghaus, K.M. Ehrhart, M. Ott, and B. Vogt: Evolution of networks — An experimental analysis. *Journal of Evolutionary Economics*, **17** (2007), 317–347.
 - [6] S. Callander and C.R. Plott: Principles of network development and evolution: An experimental study. *Journal of Public Economics*, **89** (2005), 1469–1495.
 - [7] S. Currarini and M. Morelli: Network formation with sequential demands. *Review of Economic Design*, **5** (2000), 229–250.
 - [8] C. Deck and C. Johnson: Link bidding in laboratory networks. *Review of Economic Design*, **8** (2004), 359–372.
 - [9] A. Falk and M. Kosfeld: It’s all about connections: Evidence on network formation. *IEW Working paper*, **146** (2003).
 - [10] 林田智弘, 西崎一郎, 片桐英樹: 社会的評判を考慮したネットワーク形成の分析. 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, **50** (2007), 82–90.
 - [11] 林田智弘, 西崎一郎, 片桐英樹: 社会的評判を考慮したネットワーク形成に関するエージェントベースシミュレーション分析. 日本経営システム学会誌, **25** (2009), 21–32.
 - [12] T. Hayashida, I. Nishizaki, and H. Katagiri: Network formation and social reputation: A theoretical model and simulation analysis. *International Journal of Knowledge Engineering and Soft Data Paradigms*, **2** (2010), 349–377.
 - [13] T. Hayashida, I. Nishizaki, H. Katagiri, and R. Kambara: Behavioral analysis in network formation using agent-based simulation systems. *International Journal of Knowledge Engineering and Soft Data Paradigms*, **3** (2011), 22–39.
 - [14] M.O. Jackson and A. Wolinsky: A strategic model of social and economic networks. *Journal of Economic Theory*, **71** (1996), 44–74.
 - [15] S. Mutuswami and E. Winter: Subscription mechanisms for network formation. *Journal of Economic Theory*, **106** (2002), 242–264.
 - [16] R. Myerson: Graphs and cooperation in games. *Mathematics of Operations Research*, **2** (1977), 225–229.
 - [17] 西崎一郎, 林田智弘, 神原李佳: ネットワーク形成に関する関連均衡と実験. システム制御情報学会論文誌, **25** (2012), 163–171.
 - [18] 岡田章: ゲーム理論 (有斐閣, 2011).
 - [19] 安田雪: 実践ネットワーク分析 (新曜社, 2001).

林田智弘
広島大学
大学院工学研究院
〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1
E-mail: hayashida@hiroshima-u.ac.jp

ABSTRACT**LABORATORY EXPERIMENTS OF NETWORK FORMATION AND
ADAPTIVITY-CONSCIOUS BEHAVIORAL ANALYSIS BASED ON
CORRELATED EQUILIBRIUM**

Tomohiro Hayashida Ichiro Nishizaki Shohei Momoda
Hiroshima University

This paper conducts a laboratory experiments using human subjects of network formation, and formation of periphery-sponsored star networks are observed. In the network formation process, multiple replacements of the central players of the peripheral-sponsored star networks are observed as like some laboratory experiments conducted in related works. The related work of the network formation interprets such irrational decision as a result of implicit agreement of the subjects, and they construct a behavioral model based on concepts of correlated equilibrium. However, the behavioral model ignores a part of network formation process, therefore it can explain only several aspects of the subjects' behavior. This paper modifies the behavioral model based on the correlated equilibrium focused on adaptive decision process.