日本オペレーションズ・リサーチ学会
2019年 春季研究発表会

直線上における最近隣施設閉鎖時の追加移動距離分布

01015653　防衛大学校　*鵜飼孝盛　UKAI Takamori

1　はじめに

都市施設の配置分析において，領域内の任意の地点から最寄り施設までの距離の分布（以下，最近隣距離分布）は最も基本的な情報である．そのため，平面上に施設が一様かつランダムに分布している状況下で平面上に一様に分布する需要点からの最近隣距離分布や，合同な正三角形や正六角形，正方形により平面を充填し，その頂点に施設を配置したと想定した場合の最近隣距離分布が導出されている [1, 2].

最寄りの施設までの距離である最近隣距離は，各地点の利便性を表す指標として直感的に理解しやすく，その都市空間内における分布である最近隣距離分布は，いわば都市空間全体の利便性を示すものとして研究されてきた．しかし，都市内の住民が利用する施設は必ずしも最近隣のものだけではない．そこで，任意の点から 2 番目，3 番目，... に近い施設までの距離に着目した研究もなされてきた．k 番目に近い施設までの距離である第 k 近隣距離の分布について，上述のような平面上に一様かつランダムに施設が分布する場合については解析的な導出がなされている．また，平面上を充填する正多角形の頂点上の施設配置においては，$k = 7$ までが解析的な，それ以上については近似的な第 k 近隣距離が導かれている [3].

上述のように，距離分布は都市の利便性を測るための道具として用いることができる．しかし，距離分布を求め，これに基づき議論をすることで，単に利便性だけを論じるのではなく，公平性や冗長性といったことについても議論の俎上に乗せることが可能となる．例えば，第 k 近隣距離は最近隣，第 2 近隣，...，第 $k-1$ 近隣の施設が利用できなくなった際に，住民がどれだけの距離を移動することを強いられるかを表す．このような観点から，[4] では最近隣距離と第 2 近隣距離の同時分布に注目した分析が行われている．

これらが提供するものは，自宅などの移動の起点においてどの施設が利用可能かを認識している状況で，移動の主体が住民がどれだけの負担を強いられるか，という情報である．しかしながら，移動の主体によって施設の利用可否の情報が取得できない事態が往々にして生じる．とりわけ，災害などによって撹乱された状況においては，情報取得が困難となるであろう．

本稿では，1 次元の一様な空間上にランダムかつ独立に施設が存在する状況下で，任意の点からの最近隣施設が被災等により利用不能となった際に，そこから最も近い施設までの距離を追加距離として，その分布を求める

2　モデルと導出

1 次元の直線 L を考える．L 上に一様な密度 λ で，独立かつランダムに施設が存在するものとする．このとき，L 上の長さ s の区間（線分）に，施設が 1 つ以上含まれる確率は，

$$\Phi(s) = 1 - e^{-\lambda s} \tag{1}$$

となる．

さて L 上の任意の地点を起点として，ここから最も近い施設 F_1 までの距離，すなわち最近隣距離を考える．直線 L 上での施設の一様性の仮定から，起点を原点としても一般性は失われない．起点からの最近隣距離を確率変数 R_1 とし，その累積分布関数 $F_{R_1}(\cdot)$ は式 (1) から，次のようになる:

$$F_{R_1}(r_1) = \Phi(r_1 - (-r_1)) = 1 - e^{-2\lambda r_1}. \tag{2}$$

次に，最寄りの施設 F_1 から最も近い施設 F_2 までの距離を考える．これを確率変数 R_2^+ とし，まず R_1 の条件付きの R_2^+ の分布関数 $F_{R_2^+|R_1}(\cdot \mid \cdot)$ を求める．

$R_1 = r_1$ のとき，施設 F_1 は，直線 L 上の r_1 または $-r_1$ のいずれかに位置するが，対称性から位置 r_1 にあるとしても一般性は失われない．このとき，$R_1 = r_1$ としているので，区間 $[-r_1, r_1]$ には施設が存在しないこ

とに注意すると，

$$
\begin{aligned}
&F_{R_2^+|R_1}(r_2^+ \mid r_1) \\
&=\begin{cases} 1-e^{-\lambda r_2^+} & 0 \le r_2 \le 2r_1 \\ 1-e^{-2\lambda(r_2^+-r_1)} & r_2 > 2r_1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3}
$$

となる．

続いて，R_1 と R_2^+ の同時分布の累積分布関数 $F_{R_1,R_2^+}(\cdot,\cdot)$ を求める．これは，積分範囲と被積分関数の場合分けに注意して，以下のように求められる:

$$
\begin{aligned}
&F_{R_1,R_2^+}(r_1,r_2^+) \\
&=\int_{z=0}^{r_1} F_{R_2^+|R_1}(r_2^+ \mid z)\mathrm{d}F_{R_1}(z) \\
&=\begin{cases} 1-(1-e^{-\lambda r_2^+})e^{-2\lambda r_1} & \\ \qquad -(1+\lambda r_2^+)e^{-2\lambda r_2^+} & 0 \le r_2^+ \le 2r_1 \\ 1-e^{-2\lambda r_1}-2\lambda r_1 e^{-2\lambda r_2^+} & r_2^+ > 2r_1 \end{cases}.
\end{aligned} \tag{4}
$$

最後に R_2^+ の分布 $F_{R_2^+}(\cdot)$ を，同時分布の周辺分布として求める．

$$
\begin{aligned}
F_{R_2^+}(r_2^+) &= \lim_{r_1\to\infty} F_{R_1,R_2^+}(r_1,r_2^+) \\
&=1-(1+\lambda r_2^+)e^{-2\lambda r_2^+}
\end{aligned} \tag{5}
$$

3　数値例

最近隣距離の条件付きの追加距離分布 $F_{R_2^+|R_1}(r_2^+ \mid r_1)$ の r_2^+ についての偏導関数を求めることで，確率密度関数 $f_{R_2^+|R_1}(\cdot \mid \cdot)$ が導出される．$\lambda = 0.5$ としたときの $f_{R_2^+|R_1}$ の様子を図 1 に示す．累積分布関数の式からわかるように，r_2^+ が最近隣距離 r_1 の 2 倍となるところで場合分けが生じる．概形は，$r_2^+ \le 2r_1$ の範囲ではパラメータが λ の指数分布に，$r_2^+ > 2r_1$ ではパラメータ 2λ の指数分布となる．

追加距離についても同様に，$F_{R_2^+}$ の導関数として確率密度関数 $f_{R_2^+}(\cdot)$ が導出される．図 2 に，$\lambda = 0.5$ のときの様子を示す．また，比較のために図 2 には最近隣距離 R_1 の確率密度関数 $f_{R_1}(\cdot)$ および第 2 近隣距離 R_2 の確率密度関数 $f_{R_2}(\cdot)$ を同時に描いた．追加距離 R_2^+ は最近隣距離 R_1 と第 2 近隣距離 R_2 の中間ほどに位置することとなる．

4　おわりに

避難等を想定したとき，本稿で求めた追加距離 R_2^+ そのものだけではなく，R_2^+ と最近隣距離 R_1 との和や，最近隣施設が使用不能となる確率で重み付けをした上で，使用可能な施設までの距離の分布などが評価の指標となるであろう．R_2^+ はこれらを求めるための基礎となるものであり，今後こうした方向へと発展させることが課題となる．

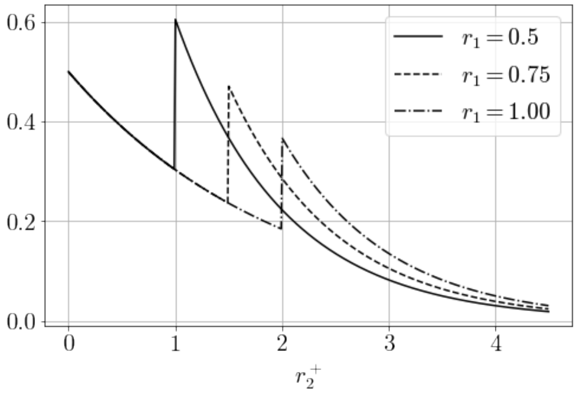

図 1　条件付きの追加距離の確率密度関数 $f_{R_2^+|R_1}(r_2^+ \mid r_1)$

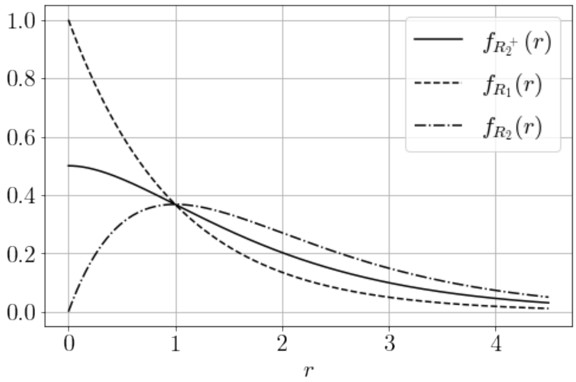

図 2　追加距離の確率密度関数 $f_{R_2^+}$ および最近隣距離密度 f_{R_1}，第 2 近隣距離密度 f_{R_2}

参考文献

[1] 谷村秀彦，梶 秀樹，池田三郎，腰塚武志，『都市計画数理』, 朝倉書店, 1986.

[2] 栗田 治，『都市モデル読本』, 共立出版, 2004.

[3] 宮川雅至，大澤義明，腰塚武志, “施設の開設・閉鎖に伴う移動距離変化と頑健な規則的配置”，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌，**47**, pp. 1–24, 2004.

[4] M. Miyagawa, “Joint distribution of distance to the first and second nearest facilities,” *Journal of Geographical Systems*, **14**, pp. 209–222, 2012.