

1. はじめに

今日、パーソナルコンピュータは小型化の一途をたどり、本来の意味での可搬型のパーソナルコンピュータ、いわゆるノートパソコンが実用に耐え得るようになってきている。ノートパソコンを構成する各電子部品の小型化、省電力化、バッテリーの高容量化、長寿命化が押し進められたばかりでなく、デスクトップ型と較べてもひけをとらない容量のハードディスクが装備され、ノートパソコンの処理能力は増強の一途をたどった。また、バッテリーによる電力供給だけでも数時間は処理が行えるよう、省電力に関する以下のような配慮がなされている。

ノートパソコンを構成する部品群のなかで、CPU (Central Processing Unit)、液晶画面のバックライト、可動部であるフロッピーディスク装置や、ハードディスク装置は他の部品に較べて、比較的大きな電力を必要としている。このため、CPU には、処理を行う必要がない場合、次に必要になるまで動作を一時停止させ不要な電力消費を抑える省電力モードを、ハードウェアとして備えているものが選択されている。バックライトの省電力化については、一定時間以上キーボード入力途絶えると、自動的に消灯し、次にキーボード入力を行った時点で点灯するという設定を行えるようにしている。フロッピーディスク装置では、フロッピーディスクへのアクセス要求が生じた場合のみ、動作を開始するように設定されていることが多い。以上のように選択あるいは設定することで、実際に資源を使用しない場合の無駄な電力消費を抑えることができる。しかも、一時停止動作の後通常の状態に復帰するときにも、復帰のために時間や電力消費は

ほとんど発生しない。

ところが、ハードディスク装置では、フロッピーディスク装置と異なり、ディスク自体の回転に安定した高速回転が要求される等の理由で、起動してからアクセスを開始できるまでに数秒の時間を必要とする。また、起動の電力は、定回転動作を行っているときのそれよりも数倍大きい。このため、省電力を最優先する目的で、ハードディスクがアクセス要求時にのみ動作し、それ以外では回転を停止するよう設定しても、逆効果となる場合が生じる。すなわち、頻繁なアクセス要求に対しては、ハードディスクは起動、停止を繰り返し、起動のための消費電力ばかりが高むこととなり、消費電力は連続回転動作の場合よりもかえって大きくなってしまふことがある。

このような事態を回避する目的で、現在では、ある一定時間（以下では回転停止時期と呼ぶ）以上ハードディスクにアクセスがない場合にはじめて、ハードディスクの回転を停止することができるという機能を備えたものが実用化されている。なお、回転停止時期は使用者が任意に設定できるものとなっている。しかし、その停止時期の決定は、使用者の勘と経験によって決定されているのが現状であり、省電力という観点からもその妥当性は明らかにされていない。

以上のような問題に対し、本研究では、回転停止方策による省電力効果の理論的検証に寄与することを意図し、無駄な電力消費量（以下では単に無駄電力と呼ぶ）を最小にするような回転停止時期を求めることを試みる。ここでは、ハードディスクの使用に必要な単位時間当りの期待無駄電力を定式化し、これを最小にするという意味での、最適回転停止時期の存在について解析する。但し、ハードディスクへのアクセス要求が発生する時間間隔を表す確率分布として一般分布を考える。またワイブル分布を仮定した場合の数値例を用いて、本方策の特徴についても考察する。

2. 問題の設定

2.1 問題の設定

本研究では、ハードディスクの状態について以下の4つを考える。

(1) 停止, (2) 起動, (3) 回転, (4) アクセス

(1)の停止状態は、回転が停止している状態である。この状態の時にアクセス要求が生起すると、(2)の起動状態となり、ある一定時間を経たのち(3)の回転状態となる。ハードディスクが回転状態にあるとき、アクセス要求が生起した場合には、ただちに(4)のアクセスが開始される。

ハードディスクは通常、アクセス要求をただちに受け付けるために回転状態にある。しかし、アクセス要求が長時間にわたり生起しない場合には、ハードディスクを空回りさせることとなり、省電力という観点からは無駄な電力が発生する。このため、前回のアクセス要求処理終了後より計測して、一定時間 T の間だけ回転状態のまま次のアクセス要求を待つこととする。さらに、 T まで次のアクセス要求が生起しなければ、この時点で一旦ハードディスクを停止状態にし、次のアクセス要求が発生するまで停止状態を保つこととする。このとき、次のアクセス要求が発生すると、この新たな要求に応えるためにハードディスクを起動する必要が生じ、起動のために大きな電力が発生する。

従って回転停止時期 T を大きく設定すると、ハードディスクの空回りに要する電力ばかりが嵩むこととなり、逆に T を小さく設定すると、起動に必要な電力が増大する。このことは、 T を設定する際には、上の2つの要因を考慮することの必要性を意味している。

2.2 仮定と記号

本研究での仮定は次のとおりである。

- (1) ハードディスクの回転停止命令が出された場合、回転は無視でき得るほど十分小さな時間で停止する。
- (2) 1つのアクセスに対する処理を行っているときに他のアクセスは生起しない。
- (3) ハードディスクにアクセスする時間間隔は、互いに独立で同一分布に従う。

また、以下では次のような記号を用いる。

X_i 第 $(i - 1)$ 回目のアクセス終了後、第 i 回目のアクセス要求が発生するまでの時間間隔 (但し、 X_i は互いに独立)

$F(x)$ X の分布関数

$f(x)$ X の密度関数 $= \frac{dF(x)}{dx}$

τ 1回当たりアクセス時間

ϕ ハードディスクの起動に要する時間

T 回転停止時期

P_1 ハードディスクを単位時間当たり空回りさせるのに必要な電力

P_2 ハードディスクを起動するのに必要な単位時間あたりの電力

上記において1回当たりのアクセス時間 τ は確率変数として取り扱う方が現実的ではあるが、 X_i に比べ τ は十分小さいのでここでは定数とみなすこととする。

3. 期待電力

ここでは、 T を決定するための目的関数として、無限期間における単位時間あたりの期待無駄電力を定式化する。

前述の仮定(2),(3)より、プロセスの振舞は、ハードディスクへのアクセスが完了した時点を再生点とする再生報酬過程^[1]を形成することは明かである。但し連続する再生点間での状態としては、以下に述べる(1)、(2)の2通りの場合が考えられる。

- (1) 次のアクセス要求が生起するまで回転状態を保つ。
- (2) T 時間だけ回転状態を維持し停止状態となる。その後新たなアクセス要求が発生し、ハードディスクは起動状態を経て、アクセス状態となる。

(1)はアクセス間隔が T を越えなかった場合である。(2)はアクセス間隔が T を越えたため、一旦回転を停止し、その後アクセス要求が生起した時点で起動を経て、回転状態になると同時にアクセスが開始された場合である。

連続する再生点間の期待時間、期待無駄電力をそれぞれ $A(T)$ 、 $B(T)$ と書くと、無限期間における単位時間当たりの期待無駄電力 $P(T)$ は次式で与えられる^[1]。

$$P(T) = \frac{B(T)}{A(T)} \quad (1)$$

以下では、(1) 式の $A(T), B(T)$ を導出する。

$A(T)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} A(T) &= \int_0^T (x + \tau) dF(x) \\ &\quad + \int_T^\infty (x + \tau + \phi) dF(x) \\ &= \mu + \tau + \bar{F}(T)\phi \end{aligned} \quad (2)$$

ここに

$$\begin{aligned} \mu &= \int_0^\infty \bar{F}(x) dx, \\ \bar{F}(x) &= 1 - F(x) \end{aligned} \quad (3)$$

であり、 μ は X_i の期待値を表す。

これに対し、 $B(T)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} B(T) &= \int_0^T (P_1 x) dF(x) \\ &\quad + \int_T^\infty (P_1 T + P_2 \phi) dF(x) \\ &= P_1 \int_0^T \bar{F}(x) dx + P_2 \phi \bar{F}(T) \end{aligned} \quad (5)$$

以上の結果から、本方策のもとでの単位時間当たり期待無駄電力 $P(T)$ は

$$P(T) = \frac{B(T)}{A(T)} = \frac{P_1 \int_0^T \bar{F}(x) dx + P_2 \phi \bar{F}(T)}{\mu + \tau + \phi \bar{F}(T)} \quad (6)$$

となる。

4. 最適停止時期

$P(T)$ を T に関して微分し、 $P'(T) = 0$ の解について解析した結果をまとめると以下の通りとなる。

$$P'(T) \geq 0 \Leftrightarrow D(T) \leq 0 \quad (7)$$

但し

$$D(T) \equiv \frac{B'(T)}{A'(T)} A(T) - B(T) \quad (8)$$

である。このことより $D(T)$ が単調減少でかつ

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow +0} D(T) &= -\frac{P_1}{\phi} \left[\frac{\mu + \tau + \phi}{r(0)} \right] \\ &\quad + P_2(\mu + \tau) > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow +\infty} D(T) &= -\frac{P_1}{\phi} \left[\frac{\mu + \tau}{r(\infty)} + \mu \phi \right] \\ &\quad + P_2(\mu + \tau) < 0 \end{aligned} \quad (10)$$

であることが、有限の最適解 T^* が唯一存在するための十分条件となることがわかる。但し

$$r(T) = \frac{f(T)}{\bar{F}(T)} \quad (11)$$

$$r(0) = \lim_{T \rightarrow +0} r(T) \quad (12)$$

$$r(\infty) = \lim_{T \rightarrow +\infty} r(T) \quad (13)$$

であり、 $r(T)$ は信頼性理論で言うところの故障率^{[2]~[4]}を意味する。また、 $r(T)$ が微分可能であると仮定すると、

$$D'(T) = \frac{P_1 r'(T)}{\phi r^2(T)} A(T) \quad (14)$$

となり、 $F(x)$ が DFR (Decreasing Failure Rate) ならば $D(T)$ は単調減少となることがわかる。

5. 数値例

これまで、 X_i の分布として平均 μ をもつ一般分布を仮定して解析を行った。ここでは、密度関数の形状における柔軟性が高いワイブル分布を考える。このとき、故障率は

$$r(x) = \alpha \beta x^{\beta-1}, x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (15)$$

と表されることから最適解の存在は、以下のように分類できる。

(1) $\beta > 1$. このとき

$$D'(T) > 0 \quad (16)$$

で、 $D(T)$ は単調増加となる。よって、 $P(T)$ は単調増加、単調減少、あるいは増加から唯一度だけ減少に転じるかのいずれかとなり、 $T^* = +0$ または $T^* = +\infty$ である。

(2) $\beta = 1$. この場合

$$D'(T) = 0 \quad (17)$$

で、 $D(T)$ は定数となる。よって、 $P(T)$ は単調増加、あるいは単調減少となり、 $T^* = +0$ または $T^* = +\infty$ である。

(3) $\beta < 1$. このとき

$$D'(T) < 0 \quad (18)$$

で、かつ

$$\lim_{x \rightarrow +0} D(T) = P_2(\mu + \tau) > 0 \quad (19)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} D(T) = -\infty \quad (20)$$

が成立し、有限の最適回転停止時期が唯一存在する。すなわち、ワイブル分布において、正の有限な最適解が唯一存在するための必要十分条件は $\beta < 1$ である。

以上を鑑み、数値例として、以下ではワイブル分布の形状パラメータが $\beta = 0.8 (< 1)$ の場合を示す。

現在一般的に入手できる、ノートパソコンに組み込み型ハードディスクのデータカタログや仕様書を調査した結果、起動に要する時間 ϕ は、概ね 3 から 5 秒であり、起動に要する電力 P_2 は、定常回転時の電力 P_1 の、2.5 から 6 倍であった。一回のアクセス時間 τ は、 $\tau = 0.5$ (秒)、また X_i の平均 μ としては、 $\mu = 5, 30$ (秒) の 2 通りを考える。 $\mu = 5$ は、日本語フロントエンド

プロセッサ (FEP) の辞書がハードディスクに保存された状態で、日本語入力を行う場合を想定したものである。また、エディタによるプログラム開発などは、FEP へのアクセス頻度が小であり、ほとんどメモリ上で処理される。 $\mu = 30$ は、このような場合を想定したものである。

起動に要する時間とアクセスの平均が $(\phi, \mu) = (3, 5)$ であるときに、単位時間回転電力 P_1 を 1 として単位時間起動電力 P_2 を変化させたときの、最適回転停止時期 T^* における期待無駄電力 $P(T^*)$ 、および、 $P(0)$ 、 $P(\infty)$ を図 1 に示す。 $P(0)$ 、 $P(\infty)$ はそれぞれ、各アクセスが終了次第回転を停止する時の期待無駄電力、回転を一切停止しないときの期待無駄電力を表す。図 2, 3, 4 にはそれぞれ $(\phi, \mu) = (3, 30), (5, 5), (5, 30)$ である場合の結果を示す。

図 1~4 において、最適回転停止時期での期待無駄電力 $P(T^*)$ を $P(0)$ 、 $P(\infty)$ と比較してみると、 $P(0)$ ま

たは $P(\infty)$ のいずれかとほとんど等しい結果になっていることがわかる。このことから、次のように言うことができる。

正の有限な最適解が存在する場合においても、 T^* 及び $P(T^*)$ を現実的な値で捉えたと、 $T^*=0$ または $+\infty$ と設定した場合と大差がない。つまり、ワイブル分布の場合には使用形態やアクセス時間間隔に合わせて、ハードディスクを全く停止しないか、あるいは、各アクセスが終了次第直ちに停止するかのいずれかに設定すればよいことがわかる。

6. おわりに

本研究では、ノートパソコンの省電力化の方策の一つである、ハードディスクの回転停止時期に対し、無駄な消費電力量を最小にするような回転停止時期を理論的に求めることによって回転停止方策効果の考察を試みた。はじめに、単位時間当りの期待無駄電力を定式化し、次いで、単位時間当りの期待無駄電力を最小にするという意味での、最適回転停止時期の存在について解析した。ここでは、ハードディスクへのアクセス終了後、次のアクセス要求が発生するまでの時間分布として一般分布を仮定した。その結果、有限の最

適解が唯一存在するための十分条件の一つは、分布が DFR であることが示せた。また、ワイブル分布を仮定した場合の解析結果を示し、ワイブル分布が DFR のときにのみ、正の有限な最適解が唯一存在することを明らかにした。さらに数値例を示すことにより、本方策の特徴についても考察した。なお、省電力効果以外の要因、例えば処理効率等をも考慮したモデルについては、今後の課題とする。

参考文献

- [1] Ross S. M.: “Applied probability models with optimization applications”, Holden-Day, San Francisco, California (1970).
- [2] Barlow R. E. and Proschan F.: “Mathematical theory of reliability”, John Wiley and Sons, New York (1965).
- [3] Barlow R. E. and Proschan F.: “Statistical theory of reliability and life testing”, Holt Rinehart and Winston, Inc., New York (1975).
- [4] 三根久, 河合一: “信頼性・保全性の基礎数理”, 日科技連 (1984).

補足) 参考文献の書き方

参考文献

- [1] V. Chvátal, “On Certain Polytopes Associated with Graphs,” *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, **18** (1975), 138–154.
- [2] A. V. Aho, J. E. Hopcraft and J. D. Ullman, *The Design and Analysis of Computer Algorithms*, Addison-Wesley, 1974.
- [3] R. K. Ahuja, T. L. Magnanti and J. B. Orlin, “Network Flows,” in *Optimization*, G. L. Nemhauser, A. H. G. Rinnooy Kan and M. J. Todd, eds., North-Holland, 1989.
- [4] D. S. Johnson, “Fast Allocation Algorithms,” in *Proceedings of the Thirteenth Annual Symposium on Switching and Automata Theory*, 144–154, 1972.
- [5] M. X. Goemans and D. P. Williamson, “.878-Approximation Algorithms for MAX CUT and MAX2SAT,” *STOC*, Canada, 422–431, 1984.

- [6] E. W. Cheney, "Introduction to Approximation Theory," McGraw-Hill, 1966. 一松信, 新島耕一訳, 『近似理論入門』, 共立出版, 1977.
- [7] 国沢清典監訳, 『確率論とその応用 II』, 紀ノ国屋書店, 1970.
- [8] 伊理正夫, 久保田光一, 「高速自動微分法(I)(II)」, 『応用数理』, **1** (1991), 17-35, 153-163.
- [9] 大沢義明, 鈴木敦夫, 「グループ利用施設の最適配置とその頑健性について」, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **30** (1987), 368-395.
- [10] D. Avis, 今井浩, 松永信介, 『計算幾何学・離散幾何学』, 朝倉書店, 1994.
- [11] 伊理正夫監修, 腰塚武志編集, 『計算幾何学と地理情報処理 (第2版)』, 共立出版株式会社, 1993.
- [12] 鈴木敦夫, 伊理正夫, 「駅の位置決め問題-利用者の費用最小」, 『日本オペレーションズ・リサーチ学会 1986年春季研究発表会アブストラクト集』, 210-146, 1986.
- [13] 鈴木敦夫, 「地理的最適化問題」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会第13回シンポジウム, 25-28, 1984.