

待ち行列の数理モデル

朝倉書店 224頁 2016年 定価3,600円+税 ISBN: 978-4-254-27571-1

本書は、待ち行列モデルの中でも応用上、重要視されながら、その解析の難しさから遠ざけられてきたモデルの近似解法について解説した書籍である。特に本書はM/G/s待ち行列を中心とした複数窓口モデルおよびそのネットワークモデルについて、近似解法および関連する理論的側面の解説に力を入れており、ほかの待ち行列関連の書籍とは一線を画していると言えよう。なお本書は「確率工学シリーズ」と冠したシリーズの1冊目であり、本シリーズは、不確定環境下における社会システムが抱える諸問題に対して、その問題解決のための方法論の深化を目指すために刊行され、待ち行列、信頼性・保全性、意思決定、投資戦略、エネルギー問題、年金制度などへの応用を軸にして、数理モデル（確率モデル）を体系的に学ぶことを狙いしている。本書のレベルは中級以上と位置づけられているものの、議論展開のアイデアはできるだけ記述されており、スムーズに読み進めることができるであろう。

本書の前半（第1章～3章）では、基本的な待ち行列モデルと関連する話題を述べ、後半（第4章～6章）では、本書のメインとも言える複数窓口待ち行列を中心とした近似解法について丁寧に解説している。より詳しい構成は以下のとおりである。

第1, 2章：待ち行列理論の基礎、出生死滅型の待ち行列について

第3, 4章：M/G/1待ち行列の基礎、M/G/s待ち行列の近似解法

第5章：拡散近似を用いた近似解法

第6章：ネットワークモデルおよびその近似解法

以下、各章の内容について簡単ではあるが紹介させていただく。

第1章では、本書で扱う待ち行列モデルの応用例について簡潔にまとめている。そのため読者は具体的な応用のイメージをもって本書を読み進めることができるだろう。さらに、待ち行列理論において利用頻度の高い（リトルの法則、率保存則、フィンチの公式など）についても一通り解説している。

第2章では、出生死滅過程で表現できる待ち行列モデル（到着時間間隔やサービス時間が指数分布に従うモデル）の厳密解の導出方法について、複数窓口や待ち客の途中退去があるモデルについて解説している。

第3章では、主にM/G/1待ち行列の厳密解を導出するための基本テクニックについて解説している。さらに、M/M/1待ち行列との定性的な関係についても触れ、それは、続く第4章における複数窓口モデル（M/G/s待ち行列）の近似公式を導く際のアイデアとなっている。

第4章では、本書の主題である、複数窓口モデルおよびその近似解法について解説している。はじめにM/D/s待ち行列の厳密解を導出し、その数値計算の手順に至るまで丁寧に解説している。その解自体が有用であると同時に、M/M/s待ち行列の厳密解と併せて、以降のM/G/s待ち行列の近似解法で利用されるためである。その後、M/G/s待ち行列の近似解法として、代表的な2種類の手法（定常状態確率の近似に基づく方法、既知の厳密解・極限定理との整合性に基づく方法）を紹介している。特に後者は、システム内挿近似と呼ばれ、既知の厳密解との整合性だけでなく近似精度が優れていることが多いことから、本章ではシステム内挿近似の解説に重点を置いている。さらに章の後半では、定常状態確率（客数分布、待ち時間分布）の近似公式およびその整合性について解説している。ここで紹介されている数多くの近似公式およびその諸性質から、近似公式の導出に尽力した筆者を含む待ち行列研究者たちの歴史をうかがい知ることができる。本書では、多くの漸近的性質を満たす近似式として、分布依存近似を推奨している（本書の88ページ、式(4.31)を参照）。紙面の都合上、仕方ないとは思いつつも、近似公式を導くためのもう一歩踏み込んだ解説、そして、近似公式の良し悪しおよびその傾向を比較するための数値例がもう少しほしかったように思われる。

第5章では、待ち行列モデルの特性量について、2通りの拡散近似（i. 重負荷時に成り立つ漸近的な挙

動に関する極限定理, ii. 特性量の拡散過程による連続近似)について詳しく解説している。(i)について, GI/G/s待ち行列における3通り(システム目線, 客目線, その両方)の効率性に注目した重負荷時の極限定理について紹介している。特に三つ目については, 近年, コールセンターのスタッフ配置問題で応用されており, 数理と応用をつなぐ興味深い話題である。(ii)について, 拡散方程式の解を用いた, 待ち行列モデルと拡散モデルの対応方法について解説している。特に, GI/G/1待ち行列の拡散モデルを用いた客数分布の過渡解や仮待ち時間分布の近似的な導出のアイデアについて述べており, 理論および実用の両面において興味深い内容であると言える。本章の後半では, GI/G/s待ち行列に対する拡散近似のアイデアを述べ, さらに, モデルを制限したうえで, 近似解としての精度を高める方法についても述べている。

第6章では, 開放型・閉鎖型の待ち行列ネットワークとして, ジャクソンネットワークを紹介し, 特に閉鎖型の場合における定常状態確率の計算手順について詳しく解説している。ここで, ジャクソンネットワー

クのような指数分布を仮定したモデルについては, 多くの現実問題との乖離を認めない。その問題を解決するために本章では, 拡散近似による待ち行列ネットワークの近似解法に話題を移す。本章の後半では, 指数分布の仮定を一般化したジャクソンネットワークについて, 拡散モデルを用いた近似解法を簡潔に述べている。さらに, 待ち行列ネットワークにおける各ノードへの到着過程について, 平均および変動係数のみで特徴づけることにより, 各ノードを独立な待ち行列として2次モーメント近似するパラメトリック分解近似についても解説している。

以上, 紹介させていただいたとおり本書は, 応用上の魅力に反し, その厳密解を得ることが難しい待ち行列モデルの近似解法およびそのアイデアについて丁寧に解説している。そのため本書は, 待ち行列分野における数理と応用をつなぐ解説書であると言える。ぜひ一度, 本書を手にとられてはいかがだろうか。

佐久間 大 (防衛大学校)