

純粋戦略で可解な対称ゲーム —純粋戦略均衡の存在と可換性—

渡辺 隆裕

ゲーム理論の出発点の2人零和ゲームにおいて、その解であるマキシミニ戦略の組は、存在性、自己拘束性、可換性の三つの条件を満たしていた。一方、 n 人非零和ゲームの解であるナッシュ均衡は、存在性と自己拘束性は満たしているが、一般には可換性を満たしていない。本稿では、非零和ゲームでも純粋戦略均衡が可換性をもつ対称ゲームとして、UC (Unilaterally Competitive) ゲーム、PS (Pairwise Solvable) ゲームという二つのゲームのクラスを紹介し、その純粋戦略均衡が存在する十分条件について示す。

キーワード：ゲーム理論、純粋戦略均衡、均衡の存在、均衡の可換性

1. 純粋戦略で可解なゲーム

1.1 ゲーム理論で相手に勝てますか？

「ゲーム理論を使うと相手に勝てますか？」

ゲーム理論を教えていると、よく尋ねられる質問である。自分はあまりゲームに強くないこともあり、これには以下のように答えている。

「ゲーム理論の始まりでは、勝ち負けのある零和ゲームだけを考えた。しかし、ゲーム理論が発展した理由は『勝ち負け』で考えるだけではなく、『プレイヤー全員が良くなる状況』を扱う非零和ゲームを考えることができるようになったから。すなわち『win-win』について考えることができるようになったからなんだ」

そして、次のセリフを付け加える。「君たちも人生を勝ち負けだけで考えてはいけないよ」

こうして学生たちは煙に巻かれる。

とは言っても、この答はそれほど間違っていない。ゲーム理論の出発点とされるフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの本「ゲームの理論と経済行動」で扱われているゲームは、将棋・囲碁・オセロ・ポーカーなど、一方が勝てば一方が負ける零和ゲームである。「皆が勝つ」ようなゲームは遊戯として意味を成さないだろう。

しかし、社会や経済のほとんどの問題は非零和ゲームである。図1に示した代表的な非零和ゲームを見よう。図1の左側は囚人のジレンマであり、2人が協力しないよりは2人が協力したほうが、2人とも良くなるwin-winの状態であるが、ゲームの解では2人とも

	1	2	協力	非協力		
1	協力	(2, 2)	(-1, 3)	A	(2, 1)	(0, 0)
	非協力	(3, -1)	(0, 0)	B	(0, 0)	(1, 2)

囚人のジレンマ

調整ゲーム
(女と男の戦い)

図1 非零和ゲーム

協力しない状態になることが問題となる。また図1の右側は、調整ゲームと呼ばれるゲームの代表例で、女と男の戦いと呼ばれる。このゲームでは、各プレイヤーは同じ選択肢を選んだほうが、異なる選択肢を選ぶより2人にとって良くなるwin-winの状態になっている。しかし同じ選択肢としてどちらを選ぶかによって、各プレイヤーの利得に差異が生じることが問題となる。日常生活、政治、社会、経済の多くの問題は、このような囚人のジレンマや調整ゲームを代表例とする非零和ゲームである。

フォン・ノイマンたちが考えた零和ゲームだけでは、ゲーム理論は、ここまで社会科学における分析道具として発展はしなかっただろう。Nash [1] が、 n 人非零和ゲームの解としてナッシュ均衡を定義し、その存在を証明したことによって、社会や経済における多くの問題がゲーム理論によって解けるようになったのである。

1.2 自己拘束性：ナッシュ均衡とマキシミニ戦略

ナッシュ均衡が、ゲームの解として認められる理由は(1)自己拘束性 (self-enforceness) どのプレイヤーも、他のプレイヤーが(その)ナッシュ均衡の戦略を選ぶと予想するならば、自分もそのナッシュ均衡の戦略を選ぶことが利得を最大にする。

わたなべ たかひろ
東京都立大学大学院経営学研究科
〒206-0801 東京都八王子市南大沢 1-1

(2) 存在 (existence) すべての n 人有限ゲーム (戦略の個数が有限) には, 混合戦略まで考慮すると, ナッシュ均衡が存在する。

という 2 点である。

解として実現するためには, 少なくとも自己拘束性が満たされていなければならない。たとえば「じゃんけん」で, 人はグーを出しやすいので, パーを出すが良いが解になるか考えてみよう¹。しかし, もし相手が「パーを出す」と知ったなら, 自分は, もうその考えには従わずチョキを出したほうが良い。「じゃんけん」で「パーを出す」という考え方は自己拘束性をもたないのである。ゲーム理論が予測する解は, たとえみんながその解を知ったとしても, 依然として成立するようなものでなければならない。

フォン・ノイマンが 2 人零和ゲームの解としたのは, 「両プレイヤーがマキシミニ戦略を選ぶこと」である。マキシミニ戦略は「自分の選択に対して, 相手が最悪の戦略を選ぶと考えた場合に, それを最良とする戦略」であるが, それと同時に 2 人零和ゲームでは, マキシミニ戦略の組がナッシュ均衡になる。すなわち「相手がマキシミニ戦略を選んでいるならば, 自分はマキシミニ戦略を選ぶことが利得を最大にする」という自己拘束性をマキシミニ戦略の組は満たすのである (ミニマックス定理から導かれる)。

しかし非零和ゲームにおいては, マキシミニ戦略はもはや自己拘束性をもたない。図 1 の女と男の戦いで, それを確かめてみよう。ここでプレイヤー 1 が A を選ぶ確率を p , B を選ぶ確率を $1-p$ とする。図 2 は, プレイヤー 2 が A と B を選んだときのプレイヤー 1 の期待利得をグラフに記したものである。プレイヤー 1 にとっての最小の利得は, グラフの下側の線となるからそれを最大にするのは $p = 1/3$ である。つまりプレイヤー 1 のマキシミニ戦略は A を $1/3$, B を $2/3$ で選ぶことである。同様にしてプレイヤー 2 のマキシミニ戦略は A を $2/3$, B を $1/3$ で選ぶことだ。

ここでプレイヤー 2 がマキシミニ戦略を選ぶならば, プレイヤー 1 のマキシミニ戦略を選ぶときの期待利得は $5/9$ であるが, プレイヤー 1 が A を (確率 1 で) 選ぶと期待利得は $4/3$ となり, マキシミニ戦略を選ぶより高くなる。女と男の戦いでは, もはやマキシミニ戦略は自己拘束性をもたない²。相手がマキシミニ戦略を

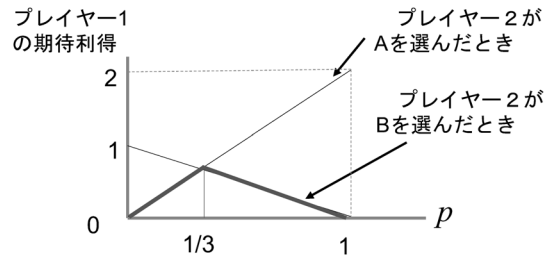


図 2 女と男の戦いのマキシミニ戦略

選ぶなら, 自分はマキシミニ戦略以外を選んだほうが利得が高くなるのである。

1.3 複数均衡と均衡の可換性

このように非零和ゲームにおいてはマキシミニ戦略は自己拘束性を満たさないので解とは考えられず, 自己拘束性を満たすナッシュ均衡が解とされている。しかし零和ゲームから非零和ゲームへ問題を拡張するとき問題が残された。それは, ナッシュ均衡が複数ある場合に, どちらのナッシュ均衡が選ばれるのかという問題である。

例として, 女と男の戦いを再度, 見てみよう。もし, プレイヤー 1 は (A, A) のナッシュ均衡が選ばれると予想し, プレイヤー 2 は (B, B) のナッシュ均衡が選ばれると予想したとき, お互いそのナッシュ均衡の戦略を選んだ結果の (A, B) はナッシュ均衡ではない。

プレイヤー 1 は (A, A) のナッシュ均衡が起きると予測しても, プレイヤー 2 が, (B, B) ではなく (A, A) のナッシュ均衡が起きると予測しているという何らかの信念・予想がなければ, プレイヤー 1 の予測に自己拘束性がなくなってしまう。

ナッシュ均衡が複数存在するときは, 何らかの理由で「プレイヤーが共通して解として予測するようなナッシュ均衡」がなければ, そのナッシュ均衡は自己拘束性をもたない。歴史的な事実や社会慣習によってそのようなナッシュ均衡が存在することがあり, それはフォーカルポイントと呼ばれる。

「レディファースト」のような社会慣習はフォーカルポイントの一例である。女と男の戦いにおいてプレイヤー 1 として女性が, プレイヤー 2 として男性がゲームをしているとしよう。このとき「レディファースト」という慣習があり, プレイヤー 1 も 2 もそれに従うとお互いに知っていれば, (A, A) というナッシュ均衡が選ばれるであろうと, プレイヤー 1 と 2 は共通に予測できる。

「レディファースト」という慣習のもとでは, プレイヤー 1 が 2 に比べて得をしているように思えるか

¹ 実際にじゃんけんでは, 人はグーを出しやすいと言われて

いる。
² ちなみにナッシュ均衡は, プレイヤー 1 が A を $2/3$, B を $1/3$ で, プレイヤー 2 が A を $1/3$, B を $2/3$ で選ぶことである。

	1	2	
			X' Y'
X			$(a, -a)$ $(d, -d)$
⋮			⋮
Y			$(b, -b)$ $(c, -c)$

図3 零和ゲームの均衡の可換性

もしれないが、両者が2という利得を求めて奪い合い(A,B)という結果になったり、両者が相手に譲ろうとして(B,A)という結果になったりして両者の利得が0になってしまうよりも、両者にとって利益があるwin-winの結果になっている。ただし、このようなフォーカルポイントがどのようにして作られるのかは難しい問題である。

ところが2人零和ゲームでは、この複数均衡の問題は起きない。なぜなら2人零和ゲームでは(A,A)と(B,B)の二つのナッシュ均衡があれば、(A,B)と(B,A)もナッシュ均衡になるからである。このように「複数のナッシュ均衡があった場合に、各プレイヤーが別々のナッシュ均衡の戦略を選んでもナッシュ均衡になる」とき、それを均衡の可換性(interchangeability)と呼ぶ。

2人零和ゲームでは、均衡の可換性が成り立つことは以下のようにすぐわかる。図3において、(X,X')と(Y,Y')という二つのナッシュ均衡があったとしよう。

プレイヤー1の(X,X')と(Y,Y')の利得をa,cとし、(Y,X')と(X,Y')の利得をb,dとする。(X,X')と(Y,Y')がナッシュ均衡であることから、プレイヤー1を考えると $a \geq b, c \geq d$ であり、プレイヤー2を考えると $-a \geq -d, -c \geq -b$ が成り立つ。これらを整理すると

$$a \geq b \geq c \geq d \geq a$$

となり、 $a = b = c = d$ を得る。よって(Y,X')と(X,Y')ともナッシュ均衡であることがわかる。また可換性だけではなく2人零和ゲームでは、

- すべてのナッシュ均衡利得は等しい
- 利得がすべて異なれば純粋戦略均衡は多くとも一つしかない

ということもわかるだろう。

女と男の戦いでわかるように、非零和ゲームでは均衡の可換性は必ずしも成立しない。

1.4 純粋戦略で可解なゲーム

均衡の可換性が成り立てば、均衡が解であることに強い説得力ができ、ゲームは真に解けたと考えられるだろう。このことからナッシュは、均衡の可換性を満たすゲームを可解(solvable)であると呼んでいる。

ところで、混合戦略を考えず、純粋戦略均衡のみを考えると、2人零和ゲームであっても存在するとは限らない(じゃんけん)。ナッシュが均衡の可換性を満たすクラスを「可解」と呼んだのは、混合戦略まで拡張すればナッシュ均衡が常に存在することを示したからだと考えられる。

そこで私達は、「純粋戦略均衡が存在し、なおかつそれが均衡の可換性を満たすゲーム」を純粋戦略で可解であると呼ぶこととし、それを研究することとした。以下では、近年 Iimura et al. [2] や Iimura and Watanabe [3] など得た、対称ゲーム(主には2人対称ゲーム)の可解性についてのいくつかの結果について紹介する。

2. UCゲームとWUCゲーム

2.1 記号と定義

ここからはフォーマルな形で、議論を進めていきたい。 $N = \{1, \dots, n\}$ をプレイヤーの集合とし、プレイヤー*i*の戦略の集合を S_i で表す。 $S = S_1 \times \dots \times S_n$ を戦略の組の集合、 $u_i : S \rightarrow R$ をプレイヤー*i*の利得関数とする。このときゲームは、 $\{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{u_i\}_{i \in N}\}$ として定義される。

これ以降は、純粋戦略均衡のみを考え、混合戦略は考えないこととし、以降「均衡」とは、純粋戦略のナッシュ均衡を指すこととする。均衡と均衡の可換性の定義は以下ようになる。

定義 2.1. 戦略の組 $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ が均衡であるとは、任意のプレイヤー*i* ∈ Nの任意の戦略 $s_i \in S_i$ に対して

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$$

が成り立つことを言う

定義 2.2. $S^* \subset S$ をすべての均衡の集合とすると、任意の $s^*, s^{**} \in S^*$ 、任意の*i* ∈ Nに対して $(s_i^*, s_{-i}^{**}) \in S^*$ が成り立つとき、ゲームは均衡の可換性を満たすと言う。

均衡の可換性を満たすゲームのクラスは、2人零和ゲームよりも広く知られている。Osborne and Rubinstein [4]では2人零和ゲームを含むクラスとして、strictly competitive gameが紹介されており、Kats and Thisse [5]は、さらにそれを緩めUC(Unilateral

ally Competitive) ゲーム, WUC (Weakly Unilaterally Competitive) ゲームを定義した.

定義 2.3. ゲームが UC ゲームであるとは, 任意の $i \in N, s'_i, s''_i \in S_i, s_{-i} \in S_{-i}$ と任意の $j \in N \setminus \{i\}$ に関して,

$$\begin{aligned} u_i(s'_i, s_{-i}) &> u_i(s''_i, s_{-i}) \\ &\Rightarrow u_j(s'_i, s_{-i}) < u_j(s''_i, s_{-i}) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_i(s'_i, s_{-i}) &= u_i(s''_i, s_{-i}) \\ &\Rightarrow u_j(s'_i, s_{-i}) = u_j(s''_i, s_{-i}) \end{aligned}$$

が成立することを言う. 1 番目の不等式条件 (1) が弱い不等号で成立する場合

$$\begin{aligned} u_i(s'_i, s_{-i}) &> u_i(s''_i, s_{-i}) \\ &\Rightarrow u_j(s'_i, s_{-i}) \leq u_j(s''_i, s_{-i}) \end{aligned}$$

を WUC ゲームと呼ぶ.

UC ゲーム (WUC ゲーム) とは, 任意の戦略の組において, 任意のプレイヤーが自分の戦略を変更したときに

- 自分の利得が高くなるならば, 他のすべてのプレイヤーの利得は低く (低くなるか等しく) なり,
- 自分の利得が等しいならば, 他のすべてのプレイヤーの利得も等しい

ようなゲームである.

2 人ゲームでは, UC ゲームは零和ゲームの拡張と考えられ,

$$\begin{aligned} 2 \text{ 人零和ゲーム} &\subset 2 \text{ 人 UC ゲーム} \\ &\subset 2 \text{ 人 WUC ゲーム} \end{aligned}$$

が成立する. 一方で 3 人以上の場合,

$$\text{UC ゲーム} \subset \text{WUC ゲーム}$$

であるが, 零和ゲームは WUC ゲームになるわけではない. たとえば, 図 4 は 3 人対称零和ゲームであるが, (A, B, A) においてプレイヤー 1 が A から B に戦略を変更したとき, $u_1(A, B, A) < u_1(B, B, A)$ となるが, プレイヤー 2 は $u_2(A, B, A) < u_2(B, B, A)$ となって, WUC ゲームの条件を満たさないことがわかる.

2.2 対称ゲームにおける結果

Kats and Thisse [5] によって, 以下のことが示されている:

- UC ゲームは, 均衡の可換性を満たす.

		3	
		1	2
A	A	(0,0,0)	(-1,2,-1)
	B	(2,-1,-1)	(3,3,-6)
		1	2
B	A	(-1,-1,2)	(-6,3,3)
	B	(3,-6,3)	(0,0,0)

図 4 WUC ではない 3 人零和ゲーム

- 2 人 WUC ゲームは, 均衡の可換性を満たす (3 人では満たさないことがある, 後述)
- WUC ゲームでは, 各プレイヤーの均衡利得は一意に決まる (したがって UC ゲームも)

しかし 2 人零和ゲームの「じゃんけん」には均衡が存在しない場合があることから明らかのように, 一般的には WUC ゲームに均衡が存在しない場合がある. 私たちは, 対称ゲームにおいて準凹性という条件を課せば, WUC ゲームに均衡が存在することを示した. 対称ゲームと利得関数の準凹性は, 以下のように定義される.

定義 2.4. ゲームが対称 (*symmetric*) であるとは,

1. プレイヤーのすべての戦略の集合が等しい, すなわち $S_1 = \dots = S_n$
2. 任意の置換 $\pi : N \rightarrow N$ に対して

$$u_i(s) = u_{\pi(i)}(s_{\pi^{-1}(1)}, \dots, s_{\pi^{-1}(n)})$$

がすべての戦略の組 $s \in S$ とプレイヤー $i \in N$ について成り立つ.

ここでの対称性は「強い」対称性であり, 以下の二つの条件:

1. 自分以外の他のプレイヤーの戦略を置換しても, 自分の利得は等しい.

$$\text{(例)} \quad u_1(A, B, C) = u_1(A, C, B)$$

2. 自分と他のプレイヤーの戦略を置換すると, 他のプレイヤーの利得と自分の利得が置換される

$$\text{(例)} \quad u_1(A, B, C) = u_2(B, A, C)$$

を要求している.

定義 2.5. プレイヤー i の利得関数 u_i が準凹であるとは,

1. S_i 上にある全順序 $>$ が存在していて,
2. $s_i < s'_i < s''_i$ ならば

$$u_i(s'_i, s_{-i}) \geq \min\{u_i(s_i, s_{-i}), u_i(s''_i, s_{-i})\}$$

がすべての s_{-i} について成り立つ。

すべてのプレイヤーの利得関数が準凹のとき、ゲームは準凹であると呼ぶことにする。以下が、WUC ゲーム、UC ゲームに関する結果である。

- 結果 2.1.**
- 3 人以上の UC ゲームには常に均衡が存在する。したがって可解である。また均衡における各プレイヤーの利得は一意に決まる [6].
 - 対称 WUC ゲームが準凹であれば、均衡が存在する [3].
 - 2 人対称 WUC ゲームが準凹であれば、ゲームは可解である。このとき、
 - 均衡戦略は区間になる
 - 各プレイヤーの均衡利得は一意である。

均衡の存在と可換性については、以下のことがわかっている。

- n 人 2 戦略対称ゲームは常に均衡がある [7].
- 対称でないと、2 人 2 戦略の準凹 + UC ゲームでも均衡がないことがある。(マッチングペニー).
- 3 戦略以上の 2 人ゲームでは、準凹でないと対称 + UC でも均衡がない場合がある。(じゃんけん)
- 3 戦略以上では、WUC でないと、対称 + 準凹でも均衡がないことがある。図 5 がその例である³.
- 3 人以上の対称 WUC ゲームは準凹でも (均衡は存在するが) 可換性は満たさないことがある (図 6).

3. PS ゲーム

3.1 2 人対称ゲームにおける広いクラス

Imura et al. [2] では、2 人対称ゲームにおいて均衡の可換性を満たし、さらに WUC ゲームを含むクラスの PS (Pairwise Solvable) ゲームというクラスについて研究している。ここではそれについて述べる。

3 節では 2 人対称ゲームに限定して話を進める。以下、簡単化のためプレイヤー 1 の利得関数のみで条件を表記することとし、

$$u(x, y) = u_1(x, y) = u_2(y, x)$$

とする。

定義 3.1. 2 人対称ゲームが PS ゲームであるとは、任意の異なる戦略 x, y に対して、

³ 関西支部シンポジウムでは、3 戦略では対称 + 準凹では常に均衡があり、4 戦略以上でない場合がある、と誤って発表していました。ここに訂正させていただきます。

	2	R	P	S
1	R	(0, 0)	(0, 2)	(2, 1)
	P	(2, 0)	(1, 1)	(1, 2)
	S	(1, 2)	(2, 1)	(0, 0)

図 5 2 人対称準凹ゲームで均衡が存在しない例

	2	A	B	C
3	A	(0,0,0)	(0,0,0)	(0,2,0)
	B	(0,0,0)	(0,0,0)	(2,-2,0)
	C	(2,0,0)	(-2,2,0)	(1,1,0)

	2	A	B	C
B	A	(0,0,0)	(0,0,0)	(0,-2,2)
	B	(0,0,0)	(0,0,0)	(2,-2,2)
	C	(-2,0,2)	(-2,2,2)	(-2,-2,2)

	2	A	B	C
C	A	(0,0,2)	(0,2,-2)	(0,1,1)
	B	(2,0,-2)	(2,2,-2)	(2,-2,-2)
	C	(1,0,1)	(-2,2,-2)	(1,1,1)

図 6 可換性を満たさない対称準凹 WUC ゲーム [3]

	2	x	y
1	x	(\checkmark a , \checkmark a)	(\checkmark c , \checkmark b)
	y	(\checkmark b , \checkmark c)	(\checkmark d , \checkmark d)

図 7 x が支配戦略

$$u(x, x) > u(y, x) \Leftrightarrow u(x, y) > u(y, y) \quad (2)$$

が成立することを言う。

PS ゲームは、任意の 2 戦略 x, y を取り出して 2×2 ゲームにすると、支配戦略が存在するような 2 人対称ゲームであり (図 7)、零和ゲーム、WUC ゲームを含む広いクラスである。

注意すべきことは PS ゲームは、2 戦略を取り出した部分ゲームに支配戦略が存在するが、そのゲーム自身に支配戦略が存在する訳ではない、ということであ

る。たとえばじゃんけんは PS ゲームであるが支配戦略はない (均衡もない)。また利得関数が

$$u(x, y) = p(x, y)W + p(y, x)L - c(x) + e(y)$$

を満たすゲームは PS ゲームになる。ここで W, L は定数、 $c(x)$ と $e(y)$ は任意の関数 (費用と正の外部性を表す)、 p は $p(x, y) \geq 0, p(x, y) + p(y, x) = 1$ を満たす関数 (x と y に対称的な確率関数) である。ここで

$$p(x, y) = \frac{g(x)}{g(x) + g(y)}, \quad L = e(y) = 0$$

とすると Tullock [8] のレントシーキングゲームとなる。

さて PS ゲームは均衡をもつとは限らないが (じゃんけん)、これに準凹性を課せばやはり均衡をもつことが示せる。ここでは準凹性を「対角における準凹性」という条件に緩めることにする。

定義 3.2. プレイヤー i の利得関数 u_i が対角における準凹性を満たすとは、

1. S_i 上にある全順序 $>$ が存在していて、
2. 任意の戦略 x, y, z に対して、 $x < z < y$ のときには

$$u_i(y, x) \geq u(x, x) \Rightarrow u_i(z, x) \geq u(x, x)$$

が成り立つことを言う。

利得関数が準凹であれば、対角における準凹性を満たすことはわかる。PS ゲーム、対角における準凹性は、UC ゲームの条件と準凹性を対角線上だけに必要とされるように緩めたものと捉えることができる。

PS ゲームの均衡の存在と可換性については、以下の結果が得られている。

結果 3.1. 1. PS ゲームは均衡の可換性を満たし、さらに

- 均衡が存在すれば必ず対称均衡が存在する
- 均衡戦略は、すべて同等な戦略であり、区間となっている。ただし各プレイヤーの均衡利得は一意とは限らない。
- したがって、利得がすべて異なるゲームでは均衡は唯一になる

2. PS ゲームが対角における準凹性を満たせば、均衡が存在する。したがって可解である。

3.2 支配可解—もう一つの可解性

ここまでは Nash [1] の論文をもとに、均衡の可換性と存在をもってゲームは可解であると考えてきた。ゲーム理論における可解の概念としては、もう一つ Moulin [9] が示した支配可解 (dominance solvability) と呼ばれる

概念がある。ゲーム理論では「強支配された戦略を削除して行くと、ただ一つの戦略の組が残る」ようなゲームは、支配された戦略の繰り返し削除 (IESDS: Iterated Elimination of Strictly Dominated Strategies) によって解けるゲームと呼ばれ、プレイヤーが一つの解にたどり着くまでの推論が明快なゲームであり、解により強い説得力があるとされている。支配可解は、これを少し弱めた「弱支配された戦略を削除して行くと、すべてのプレイヤーに同等な戦略のみが残るようなゲーム」である。

Iimura et al. [2] は、対角における準凹性を満たす PS ゲームは、この支配可解を満たすことも示している。

謝辞 関西支部シンポジウムにて、本研究を発表する機会を設けて頂いた実行委員長の三道弘明先生はじめ、関西支部の滝根哲哉先生と檀寛成先生に感謝致します。またシンポジウムでは、木村俊一先生、牧野和久先生、安田洋祐先生に貴重なコメントを頂きました。ありがとうございました。また原稿に対しては飯村卓也先生と編集者の方からコメントを頂きました。感謝致します。もちろん本稿に間違いがあるときは、私の責任によるものです。

参考文献

- [1] J. Nash, "Non-cooperative games," *Annals of Mathematics*, **54**, pp. 286–295, 1951.
- [2] T. Iimura, T. Maruta and T. Watanabe, "Two-person pairwise solvable games," *International Journal of Game Theory*, forthcoming.
- [3] T. Iimura and T. Watanabe, "Pure strategy equilibrium in finite weakly unilaterally competitive games," *International Journal of Game Theory*, **45**, pp. 719–729, 2016.
- [4] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Course in Game Theory*, MIT Press, 1994.
- [5] A. Kats and J.-F. Thisse, "Unilaterally competitive games", *International Journal of Game Theory*, **21**, pp. 291–299, 1992.
- [6] T. Iimura, "Unilaterally competitive games with more than two players," *Tokyo Metropolitan University, Graduate School of Management, Research Paper Series*, **177**, 2017.
- [7] S. F. Cheng, D. M. Reeves, Y. Vorobeychik and M. P. Reeves, "Notes on equilibria in symmetric games," *Proceedings of the 6th Workshop On Game Theoretic And Decision Theoretic Agents*, pp. 23–28, 2004.
- [8] G. Tullock, "Efficient rent-seeking," *Towards a Theory of the Rent Seeking Society*, J. M. Buchanan et al. (eds.), College Station, Texas A&M University Press, pp. 97–112, 1980.
- [9] H. Moulin, "Dominance solvable voting schemes," *Econometrica* **47**, pp. 1337–1351, 1979.