アニーリングマシンによる配送計画最適化

05001287　お茶の水女子大学　*松本奈紗　MATSUMOTO Nasa
05001290　お茶の水女子大学　大石美賀　OISHI Mika
05001207　お茶の水女子大学　工藤和恵　KUDO Kazue

1　はじめに

近年，宅配便取扱数や輸送交通量の増加に伴い，運送業の人手不足や排気ガスによる環境汚染が社会的問題となっている．この問題の解決策として，宅配の物流拠点から個人宅までの配送における，配達計画の最適化が挙げられる．このような問題は組合せ最適化問題に帰着できる．本研究では，組合せ最適化問題を解くための専用計算機であるアニーリングマシンを利用して，配達先の位置情報，時間指定の有無を考慮した配送計画をシミュレーションし，考察した．

2　問題設定

本研究では，複数の車両で配達先を巡回する際の，配送計画の最適化を「1. 配達先の車両への割り当ての最適化」「2. 配送ルートの最適化」の 2 段階に分けて行う．荷物の中には 2–3 時間ごとに区切られた「時間枠」に配達時間指定がされているものがあるとする．荷物は 6 時，12 時，17 時の 3 回に分けて営業所に届き，車両は 8–14 時，14–18 時，18–21 時の 3 回に分けて各地域の営業所を出発地し，最終的に営業所に戻ることとする．この 3 つの時間帯を以降「配達時間帯」と呼ぶ．

3　定式化

アニーリングマシンを利用して問題を解くためには，イジングモデルや QUBO 形式の定式化が必要となる [1]．目的関数 H が最小となる変数の組合せが解となるように定式化する．

「1. 荷物の車両への割り当ての最適化」は「1.1. 午前中に届いた荷物の 3 つの配達時間帯への割り当て」「1.2. 荷物を各車両に分けるクラスタリング」「1.3. 時間指定なしの荷物を 2–3 時間ごとの配達時間枠に分けるクラスタリング」の 3 段階に分けて行う．

1.1 では午前中に配達する荷物が多いと想定し，営業所に午前中に届いた時間指定なしの荷物の半数を他の配達時間帯で配達する荷物として割り当てる．ここではアニーリングマシンは使わず，各時間指定なしの荷物を，その荷物の配達先からの距離が最も近い時間指定ありの荷物の配達先の配達時間帯に，距離の近い順に割り当てる．

1.2 では荷物をバランスよく車両に分けるために各車両の担当地域を動的に変更する．あらかじめ決められた担当地域の境界領域に存在する配達先を変数化し，境界領域の配達先を各車両にグループ分けする．目的関数は次式で表される．

$$
\begin{aligned}
H = &-\sum_{g=1}^{G}\sum_{i<j}^{N}\exp(-d_{ij}/\sigma)x_{i,g}x_{j,g} \\
&+\sum_{g=1}^{G}\sum_{i<j}^{N}\gamma x_{i,g}x_{j,g} + H_{\mathrm{p1}}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

d_{ij} は配達先 i, j 間の距離，N は配達先数，G はグループ数，σ，γ は正のパラメータである．変数 $x_{i,g}$ は配達先 i がグループ g に属する場合は $x_{i,g}=1$，属さない場合は $x_{i,g}=0$ とする．H_{p1} は「各配達先の所属グループは 1 つ」という制約を満たすための項で，満たさない場合は値が大きくなる．第 1 項のみだと，グループ内の頂点数が多いグループに属す傾向が強くなってしまうので，グループ数を増やすための第 2 項を追加する．

1.3 は時間枠ごとで配達個数を揃えるためのもので，目的関数は次式で表される．

$$
\begin{aligned}
H = &\sum_{a=1}^{A}\sum_{k_a=1}^{N_a}\sum_{i=1}^{N_b} d_{k_a i}x_{i,a} \\
&+\beta\sum_{a=1}^{A}\left(\sum_{i=1}^{N_b}x_{i,a}+N_a-N_a^{(\mathrm{ideal})}\right)^2 + H_{\mathrm{p2}}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$d_{k_a i}$ は時間指定ありの配達先 k_a と指定なしの配達先 i 間の距離，N_a は時間枠 a に指定されている配達先数，N_b は時間指定なしの配達先数，A は時間枠の数，$N_a^{(\mathrm{ideal})}$ は時間枠ごとにおける時間指定ありと指定なしを合わせた理想の配達先数，β は正のパラメータである．変数 $x_{i,a}$ は指定なしの配達先 i が時間枠 a に属する場合は $x_{i,a}=1$，属さない場合は $x_{i,a}=0$ とする．H_{p2} は「各配達先の所属時間枠は 1 つ」という制約を満たすための項である．

「2. 配送ルートの最適化」は「2.1. グループにクラスタリング」「2.2. グループをまわる巡回セールスマン問題 (TSP)」「2.3. 終点・始点選択」「2.4. グループ内 TSP」の 4 段階に分けて行う．

2.1 では「手法 1. 単純コストのクラスタリング」「手

法 2. 分数コストのクラスタリング」の 2 種類のクラスタリング手法を使用する．手法 1 の目的関数は次式で表される．

$$H = \sum_{g=1}^{G} \sum_{i<j}^{N} d_{ij} x_{i,g} x_{j,g} + H_{\mathrm{p1}} \tag{3}$$

手法 1 では，クラスタ内の頂点数が同一になりやすいという特徴がある．そこで，手法 2 では，ばらつきのある分布に対応するため，コスト関数を分数とする，各クラスタ内の頂点数の差を考慮したグループ内の 2 点間の平均距離をコストとしたイジングモデルを考える．使用する目的関数は次式で表される．

$$H = \sum_{g=1}^{G} \frac{\sum_{i<j}^{N} d_{ij} x_{i,g} x_{j,g}}{N_g(N_g-1)} + H_{\mathrm{p1}} \tag{4}$$

$N_g = \sum_{i=1}^{N} x_{i,g}$ はグループ g に属する頂点数である．2 点間の距離の合計を組合せ数 $N_g(N_g-1)/2$ で割ることで平均距離を計算する．式 (4) はコスト関数が分数の場合の最適化アルゴリズムを使用し，アニーリングを複数回繰り返すため手法 1 の定数倍の実行時間がかかる [2]．

2.2 の目的関数は次式で表される．

$$H = \sum_{i,j=0}^{G} \sum_{t=0}^{G} D_{ij} x_{i,t} x_{j,t+1} + H_{\mathrm{p3}} + H_{\mathrm{p4}} \tag{5}$$

D_{ij} はグループの重心 i, j 間の距離，$i=0$ は営業所を示す．変数 $x_{i,t}$ はグループ i を t 番目にまわる場合は $x_{i,t}=1$，まわらない場合は $x_{i,t}=0$ とする．H_{p3} は「各時刻で一箇所にいる」ことを，H_{p4} は「各グループに一度だけ訪問する」ことを表す制約項である．

2.3 では 2.2 の結果からグループ内の始点と終点の候補を決める．始点は前グループの重心，終点は次グループの重心から近い順に 2 箇所ずつ候補とする．

2.4 では使用する始点と終点を候補の中から 1 箇所ずつ決め，始点と終点の一致しない TSP を解き，グループ内のルートと移動距離を算出する．これを全ての組合せで実行する．ここで用いる目的関数は式 (5) とほぼ同じで，最適解の移動距離を C_p とする．そして，次式を用いてどの始点と終点を使用するかを決める．

$$H = \sum_{g=0}^{G} \sum_{p \in Q_g} \sum_{p \in Q_{g+1}} d_{pq} x_p x_q + \sum_{g=1}^{G} \sum_{p \in Q_g} C_p x_p + H_{\mathrm{p5}} \tag{6}$$

d_{pq} は始点と終点の組合せ p, q を選んだ場合のグループ間の移動距離，Q_g はグループ g 内の組合せの集合，C_p は組合せ p の時のグループ内の移動距離を示す．変数 x_p は組合せ p を選ぶ場合は $x_p=1$，選ばない場合は $x_p=0$ とする．H_{p5} は「各グループ内で組合せを 1 つだけ選ぶ」ことを表す制約項である．

4 実行結果

「2. 配送ルートの最適化」についてデジタルアニーラを用いてシミュレーションを行なった．50 箇所の配達先を 1×1 の正方形領域に一様に分布している場合とばらつきがある分布の場合で設定し，手法 1 と 2 を用いて 7 グループに分けた結果を比較した．TSP の総距離は一様分布の場合，手法 1 が 6.29，手法 2 が 6.20 となり，ばらつきがある分布の場合，手法 1 が 5.82，手法 2 が 5.47 となった．図 1，2 にそれぞれの手法での実行結果を示す．一様分布では各手法での距離の差があまりないことから計算時間が短い手法 1 が，ばらつきがある分布には TSP の総距離が短い手法 2 が適していると考えられる．

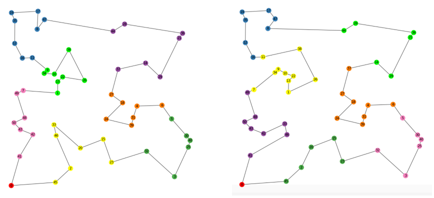

図 1: 一様分布 (左) 手法 1．(右) 手法 2．

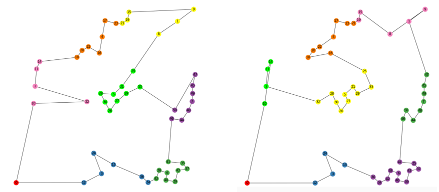

図 2: ばらつきがある分布 (左) 手法 1．(右) 手法 2．

5 まとめ

本研究では，アニーリングマシンを用いた配達計画の最適化を行った．今後，ルート最適化における時間指定・再配達への対応，クラスタ数最適化手法の検討を行い，より現実的なシミュレーションが行えるように改良する余地がある．

謝辞 本研究は未踏ターゲット事業の支援を受けています．

参考文献

[1] A. Lucas, Ising formulations of many NP problems, Front. Physics **2**, 5 (2014).

[2] A. Ajagekar, T. Humble, F. You, “Quantum computing based hybrid solution strategies for large-scale discrete-continuous optimization problems”, Computers and Chemical Engineering, **132**, 106630 (2020).