

負の二項分布による近接性分析—電柱景観への応用—

申請中 筑波大学 *欧陽 君顔 OUYANG Junyan
05001275 筑波大学 鮑 星宇 BAO Xingyu
01009480 筑波大学 大澤 義明 OHSAWA Yoshiaki

1. はじめに

点的インフラの分布パターンを負の二項分布にて説明しようとする研究がある [1]. 電柱は不可欠な都市インフラであり, 防災 [2] やエネルギー [3] の観点から分析されてきた. 本稿の目的は, 電柱分布を負の二項分布で説明するモデルを構築し, 景観指標の数値を求め都市構造の観点から解釈することにある. 景観指標として, 一定距離内の無電柱化率, 最寄り電柱への見えの大きさを用いる.

2. 同心円都市

茨城県南 15 市町村別に 500 メートルメッシュごとの電柱本数に関する確率分布 (2018 年のデータ; 20 本刻み) を作成すると, 図 1 のようになる. この図に示すように, 電柱の密度は一様ではない. そこで, 電柱密度が地域中心 CBD から低減する半径 1 の同心円都市を考える. 本稿では, CBD からの距離 r に依存する電柱密度 $\rho(r)$ として, 二つの母数 μ , q による次のような関数を想定する (図 2 参照).

$$e^{-\frac{\rho(r)}{\mu}} \sum_{j=0}^{q-1} \frac{(\rho(r)/\mu)^j}{j!} = r, \quad (0 \leq r \leq 1).$$

電力供給義務や配電網を反映させるため, 同心円人口密度式 [4] と比較して, 郊外部での密度が高い. 例えば, $q = 1$ の場合には $\rho(r)$ は陽に表現でき,

$$\rho(r) = 2\mu \log \frac{1}{r}, \quad (0 \leq r \leq 1).$$

図 2 の曲線 ($q = 1, 2, 3, 4; \mu = 1$) から, 母数 μ は地域全体の水準, 母数 q は分布形状を表す. 母数 q が大きくなると $\rho(r)$ 一様分布に近づき, 母数 μ の多寡はどの場所も横並びで影響する.

式 (1) と同心円地域から, $\rho(r) \geq \rho$ となる地域の面積 $S(\rho)$ は,

$$S(\rho) = \pi e^{-\frac{\rho}{\mu}} \sum_{j=0}^{q-1} \left(\frac{(\rho/\mu)^j}{j!} \right), \quad (0 \leq \rho < \infty).$$

よって, 電柱密度 ρ の確率密度関数 $f(\rho)$ は

$$f(\rho) = \frac{d}{d\rho} (1 - S(\rho)) = \frac{1}{\Gamma(q)\mu^q} \rho^{q-1} e^{-\frac{\rho}{\mu}}$$

となり, ガンマ分布に従うことが分かる.

最尤法にて推計したガンマ分布を図 1 に曲線で併記する. 図 1 から, 曲線が度数分布に適合している様子を読み取れる. また, 15 自治体別に推定した二つの母数の散布図を図 3 に示す. 5 本の曲線では, ガンマ分布の平均値 μq が同一である. 図 3 を見ると, 自治体ごとに母数 μ と q の値がかなり異なるものの, 常磐線沿線, 霞ヶ浦沿岸, 県西, 桜川・石岡と, 既存の地域区分と整合していることが分かる.

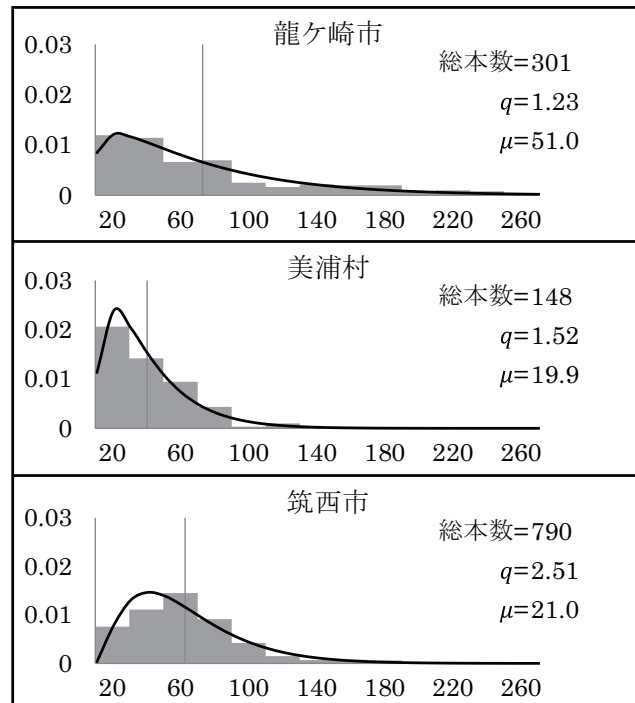


図 1: 電柱本数の確率分布

3. 無電柱化率と見えの大きさ

同心円都市内の微小領域で電柱が密度 $\rho(r)$ でランダムに配置されていると仮定する. 面積 S の領

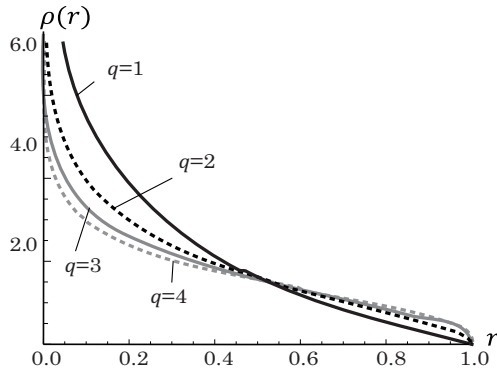


図 2: 同心円都市

域内の電柱本数が x となる確率を $P(x)$ とすると、 $P(x)$ はポアソン分布のパラメータがガンマ分布に従う混合分布から求まり、次の負の二項分布になる [1] :

$$P(x) = \frac{\Gamma(q+x)}{x!\Gamma(q)} \left(\frac{\pi\mu r^2}{\pi\mu r^2+1} \right)^x \left(\frac{1}{\pi\mu r^2+1} \right)^q. \quad (1)$$

最寄り電柱までの距離 d の確率密度関数 $f(d)$ は

$$f(d) = \frac{d}{dd} (1 - P(0)) = 2\pi\mu q d (\pi\mu d^2 + 1)^{-(q+1)}. \quad (2)$$

電柱の高さを h とし、その電柱への仰角が θ 以内に電柱が無い確率を ϕ_L とすると、式 (1) から

$$\phi_L = P(0) = \left(\frac{\pi h^2}{\tan^2 \theta} \mu + 1 \right)^{-q}.$$

また、最近隣電柱の見えの大きさ (正接) [5] は $\frac{h}{d}$ となるので、その平均値 ϕ_T は式 (2) から

$$\phi_T = E \left[\frac{h}{d} \right] = \pi h \frac{\Gamma(q + \frac{1}{2})}{\Gamma(q)} \sqrt{\mu}.$$

なお、 $\rho \equiv \mu q$ と定義し母数 q を大きくすると、

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \phi_L = e^{-\frac{\rho \pi h^2}{\tan^2 \theta}}, \quad \lim_{q \rightarrow \infty} \phi_T = \pi h \sqrt{\rho}$$

となり、ポアソン分布の結果と一致する。

15 自治体から求めた二つの指標数値 ϕ_L と ϕ_T を図 4 の ● で示す。ただし、 $h = 11(m)$ 、 $\theta = \frac{\pi}{12}$ とする。図の右下方向が、二目的で優れる。この図から、第一に、無電柱確率 ϕ_L は 0.33 から 0.59、見えの大きさ ϕ_T は 0.24 から 0.74 の範囲となることが分かる。第二に、無電柱確率 ϕ_L は自治体内の電柱密度 μq の大きさと同じ順序だが、見えの大きさ ϕ_T では逆転が生じている。実際、マクローリン展開から $\phi_L \approx 1 - \frac{\pi h^2}{\tan^2 \theta} \mu q$ となる。

4. おわりに

本稿では、電柱密度がガンマ分布に従う根拠を示すために、同心円地域で理論化した。そして、二つの母数の影響の違いから茨城県南 15 自治体の景観指標を吟味した。本研究はトヨタ自動車と筑波大学社会学域との共同研究「次世代社会システムとモビリティの進化地研究」の一環で実施した。

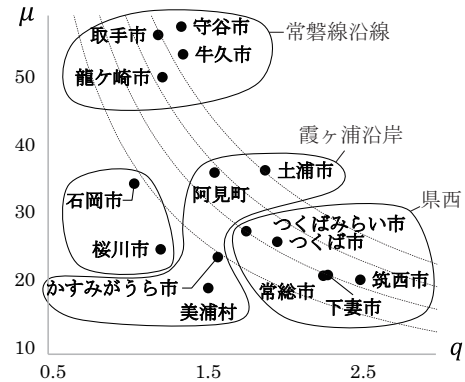


図 3: ガンマ分布の母数

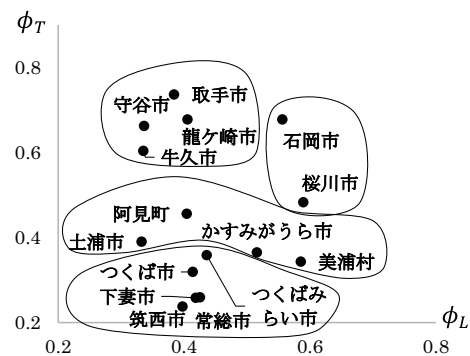


図 4: 評価値

参考文献

- [1] 腰塚武志 (1986): 都市平面における距離の分布, 都市計画数理. 朝倉書店.
- [2] 渡司悠人, 長谷川大輔, 鈴木勉, 大澤義明 (2020): 電柱本数・移動距離のトレードオフと無電柱化の効果測定, GIS-理論と応用-, 28(2), pp.79-88.
- [3] 渡司悠人, 佐野雅人, 鈴木勉, 大澤義明 (2020): 配電網維持管理の観点からのオフグリッドの効果, 都市計画論文集, 55(3), pp.393-399.
- [4] 奥平耕造 (1976): 都市工学読本. 彰国社.
- [5] 篠原修ほか (1998): 景観用語辞典. 彰国社.