人の確率的な意思決定モデルを考慮した配車のための価格と時間の最適化問題とその解法

05000754 日本電信電話株式会社 *引間友也 HIKIMA Yuya
日本電信電話株式会社 幸島 匡宏 KOHJIMA Masahiro
日本電信電話株式会社 赤木 康紀 AKAGI Yasunori
日本電信電話株式会社 倉島 健 KURASHIMA Takeshi
日本電信電話株式会社 戸田 浩之 TODA Hiroyuki

1. はじめに

コネクティッドカー, 自動運転, AI, スマートフォンなどの技術の進化と普及に伴い, ユーザの利便性向上や周辺資産の価値向上などを目指した新たな移動サービス構築 [1, 2] や交通資源 (タクシー・バスなど) の最適化の取組みが近年多数進められている [3, 4]．それに伴い，サービス利用者の移動履歴データが得られるようになり，人々の交通行動をモデルとして推定できるようになった．本研究では，人の交通行動モデルを導入した配車のための価格と時間の最適化問題を取り扱う．

2. 問題設定

本研究で用いる変数の定義を行う．(図 1(a))

定義 1. 移動サービスを要請している各注文者 r_i は提示された価格 p_i と総所要時間 t_i に対して，$S_i(p_i, t_i)$ の確率でそのサービスを利用するものとする．また，変数 $\boldsymbol{a} \in \{0,1\}^n$ を $a_i = 1$ であれば利用，$a_i = 0$ であれば拒否であることを表す確率変数として定義する．注文者の添え字集合を I とする．

定義 2. 各交通資源 w_j は単位時間当たりの機会費用 α をもつ．また，交通資源 w_j で注文者 r_i の注文を達成するのにかかる総所要時間を d_{ij} とする．交通資源の添え字集合を J とする．

定義 3. n 人の注文者に対して提示された価格と総所要時間が $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$ と $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}^n$ で表されるとき，サービスの提供者は，以下の利益最大化問題 $(\mathrm{P_a})$ を解き，交通資源の提供を行う．

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{P_a}) \quad \max_{\boldsymbol{z}} \quad & \textstyle\sum_{i,j} (p_i - \alpha \cdot d_{ij}) \cdot a_i \cdot z_{ij} \\
\text{s.t.} \quad & \textstyle\sum_j z_{ij} \le 1 \ \ (i \in I), \ \ \sum_i z_{ij} \le 1 \ \ (j \in J) \\
& z_{ij} \in \{0,1\} \quad (i \in I,\ j \in J) \\
& z_{ij} = 0 \quad (i \in I,\ j \in J \mid t_i < d_{ij})
\end{aligned}
$$

変数 z_{ij} は注文者 r_i に交通資源 w_j を割り当てるかどうかを表しており，$z_{ij} = 1$ であれば割り当てを行う．このとき，$z_{ij} = 1$ かつ $a_i = 1$ であればマッチングが成立する．目的関数における $\alpha \cdot d_{ij}$ は交通資源の機会費用を表し，$(p_i - \alpha \cdot d_{ij})$ はマッチングが成立した場合の利益を表す．一，二行目の制約はマッチング問題の制約であり，三行目の制約は提示した総所要時間内を守るよう割り当てを制限する制約である．

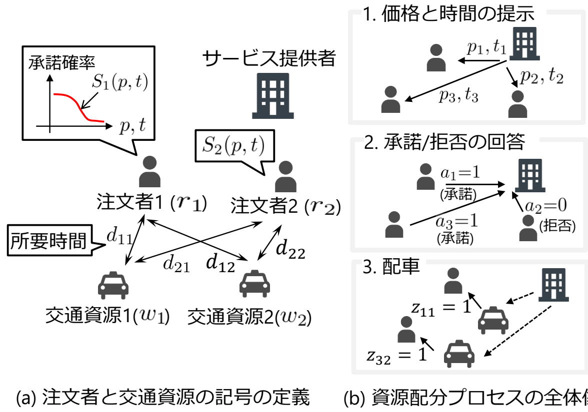

図 1: 記号の定義と資源配分プロセス

以上の定義の下，想定する配車プロセスを図 1(b) を用いて説明する．まず，交通資源の運営者は各注文者 r_i に配車にかかる価格 p_i と時間 t_i を提示する (Step 1)．それに対して，各注文者 r_i は利用 $(a_i = 1)$ または拒否 $(a_i = 0)$ を回答する (Step 2)．回答に基づいて，交通資源の運営者は配車を実施する (Step 3)．

本研究では注文者に提示する価格ベクトル $\boldsymbol{p}$ と総所要時間 $\boldsymbol{t}$ について，最適化を行う．$(\mathrm{P_a})$ の目的関数を $U(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{z})$，実行可能領域を $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t})$ とすると，各注文者にとってのサービスの質を保ちつつ，企業の期待利益を最大化する以下の最適化問題 (P) を定式化できる．

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{P}) \qquad \max_{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{t}} \quad & \mathbb{E}_{\boldsymbol{a} \sim \boldsymbol{S}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{t})} [\max_{\boldsymbol{z} \in \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t})} U(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{z})] \\
\text{s.t.} \quad & S_i(p_i, t_i) \ge L \quad (i \in I)
\end{aligned}
$$

ここで，L は $L \in [0,1]$ をみたす定数である．

このとき，人の意思決定モデルの性質より以下の仮定を置くことができる．

仮定 1. $S_i(p,t)$ は p,t に関して単調減少である．

(P) は以下の難しさをもつため，確率計画問題の汎用的な手法である Sample Average Approximation [5] や Stochastic Approximation [6] を適用できない．

(i) 確率によって生起する承諾結果 $\boldsymbol{a}$ の場合数が 2^n 個あり，目的関数値や勾配の計算には 2^n 個の重み付き二部グラフマッチングを解く必要がある．

(ii) 決定変数 $\boldsymbol{p},\boldsymbol{t}$ によって確率変数 $\boldsymbol{a}$ の分布が決まるため，最適化の反復中で $\boldsymbol{p},\boldsymbol{t}$ が更新される度に確率変数 $\boldsymbol{a}$ の分布が変化してしまう．

(iii) 非凸最適化問題である．

3. 提案手法

(P) に対する近似アルゴリズムを提案する．まず，以下の問題を与える．

$$
\begin{aligned}
\text{(AP)} \quad & \max_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{t},\boldsymbol{z}} \quad U(\mathbb{E}_{\boldsymbol{a}\sim\boldsymbol{S}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{t})}[\boldsymbol{a}],\boldsymbol{p}) \\
& \text{s.t.} \quad S_i(p_i,t_i) \geq L \quad (i \in I), \quad \boldsymbol{z} \in \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t})
\end{aligned}
$$

このとき，以下の定理が成り立つ．

定理 2 (P) の解を $\boldsymbol{p}^*,\boldsymbol{t}^*$ とすると，(AP) の解 $\boldsymbol{p}^\dagger,\boldsymbol{t}^\dagger$ について，以下が成り立つ：

$$
L\cdot\mathbb{E}[\max_{\boldsymbol{z}\in\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t}^*)} U(\boldsymbol{a},\boldsymbol{p}^*)] \leq \mathbb{E}[\max_{\boldsymbol{z}\in\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t}^\dagger)} U(\boldsymbol{a},\boldsymbol{p}^\dagger)]
$$

但し，L は (P) の一つ目の制約の定数パラメータである．

定理 2 より，(AP) を解くことで，(P) の近似解が得られる．次に，(AP) の解法を与える．まず，以下の問題を定義する．

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{AP_z}) \quad & \max_{\boldsymbol{z}} \quad \textstyle\sum_{i,j}(p_{ij}-\alpha\cdot d_{ij})\cdot S_i(p_{ij},d_{ij})\cdot z_{ij} \\
& \text{s.t.} \quad p_{ij} = \max_p\{(p-\alpha\cdot d_{ij})\cdot S_i(p,d_{ij}) \\
& \qquad\qquad \mid S_i(p,d_{ij}) \geq L\} \quad (i\in I,\ j\in J) \\
& \qquad\quad \boldsymbol{z}\in\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t})
\end{aligned}
$$

このとき，以下の定理が成り立つ．

定理 3 仮定 1 が成り立つとする．$(\mathrm{AP_z})$ の最適解を $\hat{\boldsymbol{z}}$ とする．そのとき，$\{i \mid \exists j, \hat{z}_{ij}=1\}$ について，$\hat{z}_{ij}=1$ となる j は唯一となる．それを j_i とし，$\hat{p}_i \in \arg\max\{(p-\alpha\cdot d_{ij_i})\cdot S_i(p,d_{ij_i}) \mid S_i(p,d_{ij_i}) \geq L\}$，$\hat{t}_i := d_{ij_i}$ とする．また，$\{i \mid \forall j, \hat{z}_{ij}=0\}$ について，$(\hat{p}_i,\hat{t}_i)\in\{(p,t)\mid S_i(p,t)\geq L\}$ であるとする．このとき，$\hat{\boldsymbol{p}},\hat{\boldsymbol{t}},\hat{\boldsymbol{z}}$ は (AP) の最適解となる．

定理 3 より，$(\mathrm{AP_z})$ を解くことで (AP) の解を求めることができる．$(\mathrm{AP_z})$ の制約の一つ目の p_{ij} の計算は一変数関数の最適化問題であるため簡単に解くことができ，p_{ij} の計算を除いた $(\mathrm{AP_z})$ は単純な重み付き二部グラフマッチング問題であるため，ネットワークフローアルゴリズム [7] を用いることで効率的に解くことができる．

以上を用いた (P) の近似解 $\boldsymbol{p},\boldsymbol{t}$ を決定する最適化アルゴリズムの概略を Algorithm 1 に示す．定理 2 と定理 3 より，このアルゴリズムは L-近似アルゴリズムとなる．提案手法の実験結果については，当日発表する．

Algorithm 1

1: 全ての i,j について，$\hat{p}_{ij}\in\mathrm{argmax}_p\{(p-\alpha\cdot d_{ij})\cdot S_i(p,d_{ij}) \mid S_i(p,d_{ij})\geq L\}$，$y_j := 1$ とし，$E := \{(i,j)\mid i\in I,\ j\in J\}$ とする．

2: **while** $\exists(i,j)\in E, (\hat{p}_{ij}-\alpha\cdot d_{ij})\cdot S_i(\hat{p}_{ij},d_{ij}) > 0$ **do**

3: 以下の問題の解 $\hat{\boldsymbol{z}}$ を計算する．

$$
\begin{aligned}
\max_{\boldsymbol{z}} \quad & \sum_{(i,j)\in E}(\hat{p}_{ij}-\alpha\cdot d_{ij})\cdot S_i(\hat{p}_{ij},d_{ij})\cdot y_j\cdot z_{ij} \\
\text{s.t.} \quad & \boldsymbol{z}\in\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t})
\end{aligned}
$$

4: 各 $\{(i,j)\mid \hat{z}_{ij}=1\}$ について，$p_i := \hat{p}_{ij}$，$t_i := d_{ij}$，$y_j := y_j\cdot(1-S_i(\hat{p}_{ij},d_{ij}))$ とする．エッジ集合 E から $\{(i,j)\mid \hat{z}_{ij}=1\}$ を取り除く．

5: **end while**

6: **return** $\boldsymbol{p},\boldsymbol{t}$

4. おわりに

本研究では，個々の注文者の交通行動モデルを考慮した価格と総所要時間決定問題の定式化を行った．定式化した問題に対し，高速な近似アルゴリズムを提案したうえで，その近似保証を示した．

参考文献

[1] NTT docomo. AI タクシー. `https://www.nttdocomo.co.jp/biz/service/aitaxi/`. 参照日: 2021 年 1 月 7 日.

[2] NTT docomo. AI 運行バス. `https://www.nttdocomo.co.jp/biz/service/ai_bus/`. 参照日: 2021 年 1 月 7 日.

[3] Yongxin Tong, Libin Wang, Zimu Zhou, Lei Chen, Bowen Du, and Jieping Ye. Dynamic pricing in spatial crowdsourcing: A matching-based approach. In *SIGMOD*, pp. 773–788, 2018.

[4] Boming Zhao, Pan Xu, Yexuan Shi, Yongxin Tong, Zimu Zhou, and Yuxiang Zeng. Preference-aware task assignment in on-demand taxi dispatching: An online stable matching approach. In *AAAI*, pp. 2245–2252, 2019.

[5] Kevin Healy and Lee W Schruben. Retrospective simulation response optimization. In *WSC*, pp. 901–906, 1991.

[6] Herbert Robbins and Sutton Monro. A stochastic approximation method. *The annals of mathematical statistics*, pp. 400–407, 1951.

[7] Eugene L Lawler. *Combinatorial optimization: networks and matroids.* Courier Corporation, 2001.