

## 需要変動を考慮した配送計画問題

早稲田大学 \*小松真裕 KOMATSU Masahuro  
早稲田大学 大森椋太 OOMORI Ryouta  
01205890 早稲田大学 椎名孝之 SHIINA Takayuki

### 1. 研究背景と目的

大森 [1] は、列車運用計画を参考に、顧客の需要が変動し、配送中に欠品が生じた場合には一度デポに戻るという配送計画問題に対し、配送にかかる費用とデポを戻ることによって生じる追加の配送費の総和を最小化する問題として定式化した。また、整数条件を考慮した L-shaped 法による分解法を用いずに直接追加費用を計算するほうが計算時間の面で優れていることを示した。

Laporte et al.[2] は、時間変動を考慮した 3 つの配送計画モデルに対し、定式化を行った。また、L-shaped 法のアルゴリズムにおいて、各反復で得られた子問題の目的関数値の期待値を含んだ実行可能性カットを導入した。

沼田 [3] は、巡回セールスマン問題における部分巡回路除去制約に着目し、多項式オーダ本数の部分巡回路除去制約である ff(flow formulation) 制約と MTZ(Miller-Tucker-Zemlin) 制約を比較した。

本研究では、大森 [1] が定式化したモデルをもとに、分解法の改善と部分巡回路除去制約について効率的な解法を新たに示す。

### 2. 研究モデル

#### 2.1. 問題概要

1 台の配送車がデポを出発し、各顧客をちょうど 1 回ずつ訪れ、その需要を満たしながらデポに戻ってくる。ただし、顧客の需要は確率的に変動するため、配送の途中で欠品が生じてしまうことがある。そのときは一度デポに戻り、商品を補充しなければならない。そのためにかかる追加費用と通常の配送にかかる費用の総和を最小化する。追加費用を計算するために、デポと顧客及び顧客間を結ぶすべての辺に対し、多重辺を考える。多重辺はデポを経由する辺とデポを経由しない辺の 2 種類である。

#### 2.2. 記号の定義

変数	
$x_{ij}$	車両が顧客 $i$ から顧客 $j$ へ移動するかどうかを表す 0-1 変数
$w_{ijz}^s$	シナリオ $s$ において、車両が辺 $z$ を通って顧客 $i$ から顧客 $j$ へ移動するかどうかを表す 0-1 変数
$g_{ijz}^s$	シナリオ $s$ において、車両が辺 $w_{ijz}^s$ を通るとき、最後にデポを出発してから顧客 $i$ までに配送した累計配送量
集合	
$V$	デポと全ての顧客の集合 $\{0, 1, \dots, n\}$ ( $0$ はデポ)
$V_0$	全ての顧客の集合 $\{1, \dots, n\}$
$A$	デポと顧客及び顧客間を結ぶすべての辺の集合
$A_z$	デポと顧客及び顧客間を結ぶ辺 $z$ の集合 ( $z = 1$ のとき、デポを経由しない。 $z = 2$ のとき、デポを経由する、 $A = A_1 \cap A_2$ )
パラメータ	
$c_{ijz}$	顧客 $i$ から顧客 $j$ へ辺 $z$ を通るときの配送費 ( $c_{ijz} = c_{jiz}$ )
$d_j^s$	シナリオ $s$ における顧客 $j$ の需要
$p^s$	シナリオ $s$ の発生確率 ( $\sum_{s \in \Xi} p^s = 1$ )
$Q$	車両容量
$C$	車両在庫の下界値

#### 2.3. 定式化

$$\min \sum_{(i,j) \in A_1} c_{ij} x_{ij} + \sum_{s \in \Xi} p^s \sum_{(i,j,z) \in A} (c_{ijz} - c_{ij1}) w_{ijz}^s \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{k \in V \setminus \{j\}} x_{jk} = 1, \quad \forall j \in V \quad (3)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1, \quad \forall (i, j), (j, i) \in A_1 \quad (4)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} (x_{ij} + x_{ji}) \geq 2, \quad \forall S \subset V, |S| \geq 3 \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A_1 \quad (6)$$

$$\sum_{k \in V \setminus \{j\}} \sum_{z: (i, j, z) \in A} g_{jkz}^s = d_j^s + \sum_{i \in V_0 \setminus \{j\}} g_{ij1}^s, \quad \forall s \in \Xi, \forall j \in V_0 \quad (7)$$

$$g_{ij1}^s \leq (Q - C)w_{ij1}^s, \quad \forall s \in \Xi, \forall (i, j) \in A_1 \quad (8)$$

$$g_{ij2}^s \leq Qw_{ij2}^s, \quad \forall s \in \Xi, \forall (i, j) \in A_2 \quad (9)$$

$$w_{ij1}^s + w_{ij2}^s = x_{ij}, \quad \forall s \in \Xi, \forall (i, j, z) \in A \quad (10)$$

$$w_{ijz}^s \in \{0, 1\}, \quad \forall s \in \Xi, \forall (i, j, z) \in A \quad (11)$$

目的関数 (1) の第 1 項は通常の配送費，第 2 項は欠品による追加費用の期待値であり，その 2 つの総和を最小化する．制約条件 (2),(3) は各顧客にちょうど 1 回訪れる制約，(4) は 2 点間，(5) は 3 点以上の部分巡回路を除去する制約，(7)-(10) は累計配送量に関する制約，(6),(11) は変数のバイナリ条件である．

### 3. 分解法

整数条件を考慮した L-shaped 法を用いた分解法によってこの問題を解くことを考える．まず主問題を解き，得られた解をもとに子問題を解くことによって最適解を求める．Laporte et al.[2] を参考に，新たな実行可能性カット ((12) 式) を導入する．実行可能性カットに  $\theta^r$  を含んでいるため，含んでないものに比べて早く解くことができる．

記号

$$\begin{array}{l} S^r \\ \theta^r \\ N \end{array} \left| \begin{array}{l} r \text{ 番目の実行可能解のなかで, } x_{ij} = 1 \\ \text{であるような } (i, j) \text{ の集合} \\ r \text{ 番目の 2 段階問題の期待値} \\ \text{実行可能性カットの本数} \end{array} \right.$$

$$\theta \geq \theta^r \left( \sum_{(i,j) \in S_r} x_{ij} - n + 1 \right), \forall r = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

整数条件を考慮した L-shaped 法のアルゴリズムは，大森 [1]，Laporte et al.[2] などのアルゴリズムを効率化して主問題を解く回数を減らすことにより，改善を図った．

### 4. 数値実験

#### 4.1. 分解法の比較

従来の分解法 (旧分解法) と提案する分解法 (新分解法)，分解せずに直接解く方法 (直接法) を計算速度によって比較した．提案する分解法は従来の分解法に比べ早く解くことはできたが，直接解く方法よりは遅いという結果が得られた．

表 1: 分解法の比較

顧客	シナリオ	旧分解法 (秒)	新分解法 (秒)	直接法 (秒)
10	5	8	6	1
10	10	4	4	2
20	5	626	375	13
20	10	612	420	52

#### 4.2. 部分巡回路除去制約の比較

従来の部分巡回路除去制約，ff 制約，MTZ 制約を含めて解いた時の計算時間を比較した．ff 制約を含めて解いたときが多くの場合で計算時間が早いという結果が得られた．

表 2: 部分巡回路除去制約の比較

顧客	シナリオ	従来の制約 (秒)	ff 制約 (秒)	MTZ 制約 (秒)
10	5	1	1	1
10	10	2	1	2
20	5	13	12	12
20	10	52	45	32

### 5. 結論

本研究では，顧客の需要が変動するような配送計画問題について，分解法の改善と部分巡回路除去制約について効率的な解法を新たに示した．

#### 参考文献

- [1] 大森 椋太, 小松 真裕, 佐藤 哲也, 椎名 孝之, 「確率的な需要を有する配送計画問題」, 電気学会システム研究会, 2021
- [2] G. Laporte, F. Louveaux and H. Mercure, The vehicle routing problem with stochastic travel times, *Tranceportation Science*, 26(1992), 161-170.
- [3] 沼田 一道, MIP ソルバによる巡回セールスマン問題の求解—多項式オーダ本数の部分巡回路除去制約, オペレーションズ・リサーチ, 56:8(2011), 452-455.