

プロジェクトの費用を考慮したアクティビティの 作業時間に対する管理限界の設定

01206492 東北大学 *鈴木 賢一 SUZUKI Ken-ichi
01012560 駒澤大学 飯田 哲夫 IIDA Tetsuo

1. はじめに

不確実性下のプロジェクト・プランニングにおいては、不確実性に起因するリスクに対する対策をいかに資金計画やスケジュールに反映させるかが重要である。予備資源はそのような対策の一つであって、費用や時間、資源の変動に関する緩衝材としての役割を果たす。制度的に予備費用・予備時間の設置を義務付けられている場合もあるため、プロジェクト・マネジメントの分野において予備費用や予備時間の設定に関する研究は多数存在するものの、確率的・計量的なアプローチによって予備資源を取り扱う研究は必ずしも多くはない。個別アクティビティへの予備時間の配置は、アクティビティの依存関係を考慮しなくてはならないため分析の難易度は増す。このようなタイプの研究としては、Bowman(2006), Barraza(2011), Uzaffer(2013), Colin and Vanhoucke (2014) などが挙げられる。

本研究では、管理限界によって予備時間を区画することを考える。管理限界を調整の起点となる境界と位置づけることにより、予備時間と費用を結びつけることができる。それにより、費用を考慮した予備時間の考察が可能になる。

2. 管理限界

管理限界の設定を費用の観点から考察するにあたって、管理限界を用いた作業時間の調整に伴う費用の構造が明らかになっていなければならない。本研究においては、なるべく単純な費用構造を導入することとし、Bowman(2006)の仮定を用いた。すなわち、

- 作業時間が管理限界を超えるまでは調整を行わないが、いったん管理限界を越えた場合、その超過時間は費用を支払うことで削減できる。
- 費用は超過時間に比例する。

図1にこの仮定のもとでの作業時間と管理限界および費用の関係を示した。

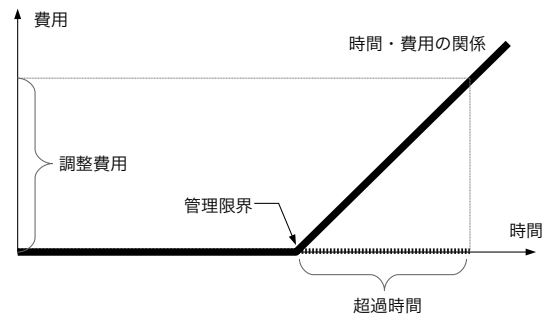


図 1: 作業時間と管理限界および費用の関係

3. モデル

管理限界と費用の関係に基づいて費用と遅延リスクのトレードオフを定量的に捉えることが可能になった。具体的には、予算制約のもと遅延リスクを最小化するような管理限界を求める問題を最適化問題としてモデル化した。

以下の記法を用いる。 a : アクティビティ, E : アクティビティの集合, m : プロジェクト・ネットワークの端点数, S : シナリオの集合, p_s : シナリオ s の確率, $(\phi(a), \psi(a))$: a の始点と終点, d_{as} : シナリオ s のときの a の作業時間, c_a : a の短縮費用, B : 予算, T_{is} : 端点 i の開始時刻, u_a : a の管理限界

3.1. 管理限界最適化モデル

期待費用に関わる制約は以下のように表される。

$$\sum_{s \in S} \sum_{a \in E} p_s c_a \max\{d_{as} - u_a, 0\} \leq B$$

一方、アクティビティの先行関係に関わる制約は、

$$T_{\psi(a)s} - T_{\phi(a)s} \geq \min\{u_a, d_{as}\}, \quad a \in E, s \in S \quad (1)$$

となる。後者は u に関して非凸な制約である。管理限界最適化モデルは、これらの制約のもと期待納期遅れ時間を最小化する問題として定義される。0-1

変数 z_{as} を導入することで、混合整数計画 (MIP) 問題として定式化することができる。

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s x_s \\
& \text{s.t. } T_{ms} - x_s \leq \tau, & s \in \mathcal{S} \\
& T_{\psi(a)s} - T_{\phi(a)s} - u_a - Mz_{as} \geq -M, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& T_{\psi(a)s} - T_{\phi(a)s} + Mz_{as} \geq d_{as}, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& u_a + Mz_{as} \leq d_{as} + M, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& u_a + Mz_{as} \geq d_{as}, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& y_{as} + u_a \geq d_{as}, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{a \in E} p_s c_a y_{as} \leq B \\
& u_a, x_s, y_{as}, T_{is} \geq 0, \quad z_{as} \in \{0, 1\}
\end{aligned} \tag{2}$$

3.2. LP モデル

問題 (2) に含まれる 0-1 変数の個数は、アクティビティ数とシナリオ数の積である。したがってアクティビティ数やシナリオ数が増加すると、厳密に最適解を求めるのが著しく困難になる。問題 (2) を効率的に解くための数値計算上の工夫も重要であるが、本研究では異なるアプローチを取るモデルを考案する。

1 つ目のアプローチでは、制約 (1) に着目する。この非凸な制約のため問題の取扱に困難が生じていたことから、右辺を単純化した制約に置き換える。

$$T_{js} - T_{is} \geq u_a, \quad a \in E, s \in \mathcal{S} \tag{3}$$

全体としては、線形計画 (LP) 問題として定式化される。

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s x_s \\
& \text{s.t. } T_{ms} - x_s \leq \tau, & s \in \mathcal{S} \\
& T_{\psi(a)s} - T_{\phi(a)s} - u_a \geq 0, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& y_{as} + u_a \geq d_{as}, & a \in E; s \in \mathcal{S} \\
& \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{a \in E} p_s c_a y_{as} \leq B \\
& u_a, x_s, y_{as}, T_{is} \geq 0
\end{aligned} \tag{4}$$

3.3. 条件付き確率に基づくモデル

2 つ目のアプローチでは、確率 PERT のメトリックスを利用する。管理限界等を考慮しない単純な確率 PERT を想定した際に、遅延が生じたという条件のもと、アクティビティ a がクリティカルパスに含まれる確率

$$CCI_a = \Pr\{a \in A_{CP} \mid T_m \geq \tau\} \tag{5}$$

が得られる (A_{CP} はクリティカルパス上のアクティビティの集合)。 CCI_a はアクティビティ a の遅延に対する影響の大きさを表しているため、管理限界の設定方法として以下のような方式を考えることができる。

$$u_a^{CCI} = \beta L_a (1 - P_\tau CCI_a) \tag{6}$$

L_a は a の平均作業時間、 P_τ は遅延確率 ($\Pr\{T_m \geq \tau\}$)、 β は調整係数である。

4. 数値実験

以下のような枠組みで数値実験を行った。

1. 最適化フェイズ：

サンプル数 N_1 のシナリオで、問題 (2) と問題 (4) を解き、それぞれの管理限界 u^{MIP} と u^{LP} を求める。 (6) により u^{CCI} を求める。

2. テストフェイズ：

サンプル数 N_2 個の新たなシナリオで、管理限界 u^{MIP} 、 u^{LP} 、 u^{CCI} による期待費用と期待遅延時間を評価する。参照のため、すべてのアクティビティに対して同一比率で設定した管理限界 u^Q も評価する。

図 2 は数値実験の結果の一例である。

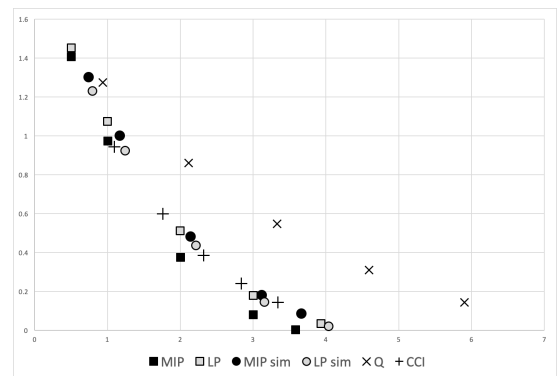


図 2: ベースケース ($N_1 = 50$, $N_2 = 1000$) の結果