

## 多数決による複数人選出

05000082 名城大学 \*水野隆文 MIZUNO Takafumi  
01307153 名古屋大学 田地宏一 TAJI Kouichi

### 1. はじめに

民主主義社会では多数決により社会選択を行うことが多い。本稿では、地方議員選出などで実際に用いられている、複数人を一度に選出する多数決を扱う。有権者一人が一票を投じ、最多得票の候補者から得票数順に選出する。我々は、この多数決が、一対比較やスコアリングルールの順位づけでは下位となる候補者を選出し得ることを示す。

### 2. 二人を選出する場合の例

有権者数15人が、候補者4人の中から2人を多数決により選出する例を考える。

表 1: 有権者の選好

順位	5人	4人	3人	3人
1位	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
2位	$X_3$	$X_4$	$X_4$	$X_3$
3位	$X_4$	$X_3$	$X_2$	$X_2$
4位	$X_2$	$X_1$	$X_1$	$X_1$

ここで有権者は、候補者  $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$  を表1のように順位づけしているとする。例えば、5人の有権者は、候補者を  $X_1 \succ X_3 \succ X_4 \succ X_2$  と順位づけている。この選好の下で多数決を行うと、有権者は自身の1位の候補者に1票を投じるため、 $X_1, X_2, X_3, X_4$  の得票数はそれぞれ5票、4票、3票、3票となり、 $X_1$  と  $X_2$  が選出される。

表 2: 一対比較

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$X_1$	–	5	5	5
$X_2$	10	–	4	4
$X_3$	10	11	–	8
$X_4$	10	11	7	–

ところが、選出された  $X_1$  と  $X_2$  は、候補者同士の一対比較では下位の2人である。一対比較の結果を表2に示す。表の第  $i$  行第  $j$  列の数は、候補

者  $X_i$  を候補者  $X_j$  よりも良いと思っている有権者の数 ( $|X_i \succ X_j|$ ) である。8人が有権者の過半数であることに注意すると、 $X_2 \succ X_1$ ,  $X_3 \succ X_1$ ,  $X_3 \succ X_2$ ,  $X_3 \succ X_4$ ,  $X_4 \succ X_1$ ,  $X_4 \succ X_2$  であり、一対比較により順位づけを行うと  $X_3 \succ X_4 \succ X_2 \succ X_1$  となる。

1人を選出する場合の多数決において、Bordaは、各有権者が各順位の候補者に得点を与え、その得点を候補者ごとに合計したスコアにより意思集約を行うスコアリングルールを提案した。とくに、各順位の得点の差が1のスコアリングルールをBordaルールとよび、各候補者が得るスコアをBorda得点とよぶ。各有権者は1位に3点、2位に2点、3位に1点、4位に0点を与えたとし、表1の例にBordaルールを用いると、 $X_1$  のBorda得点  $B(X_1)$  は  $5人 \times 3点 + 4人 \times 0点 + 3人 \times 0点 + 3人 \times 0点 = 15$  となる。また、 $X_2$  と  $X_3$ ,  $X_4$  のBorda得点はそれぞれ18, 29, 28である。したがって、 $X_1$  と  $X_2$  は、Borda得点の比較においても下位の2人である。

### 3. 一般の場合の例

候補者の集合を  $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$  とし、この  $m$  人の中から  $k$  人を選出することを考える。前節では、 $m = 4$ ,  $k = 2$  の場合に、多数決により選出される候補者が一対比較とBorda得点の下位  $k$  人である例を示した。

本節では、 $m > k \geq 2$  の一般の場合にも、一対比較とBorda得点の下位  $k$  人を多数決で選出し得ることを示す。有権者の選好を、表3のように構成する。ここで、 $a > b \geq 1$  とする。まず、候補者  $\{X_{k+1}, \dots, X_m\}$  は常に  $m - k + 1$  位以上とし、表の右端以外では  $X_m$  をこの中の最下位に置く。つぎに、候補者  $\{X_1, \dots, X_k\}$  について、それぞれが多数決において  $a$  票で選出されるように、表の左側  $k$  列で各候補者を1回ずつ1位に置き、1位以外を  $m - k + 2$  位以下に添字順に並べる。表の右側  $m - k$  列では、 $m - k + 1$  位以下に添字順に並べる。後者のグループの候補者は、自身を1位に順位づ

表 3: 有権者の選好

順位	$a$ 人	$a$ 人	...	$a$ 人	$b$ 人	$b$ 人	...	$b$ 人	$b$ 人
1	$X_1$	$X_2$	...	$X_k$	$X_{k+1}$	$X_{k+2}$	...	$X_{m-1}$	$X_m$
2	$X_{k+1}$	$X_{k+1}$	...	$X_{k+1}$	$X_{k+2}$	$X_{k+1}$	...	$X_{k+1}$	$X_{k+1}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$m-k$	$X_{m-1}$	$X_{m-1}$	...	$X_{m-1}$	$X_m$	$X_m$	...	$X_m$	$X_{m-1}$
$m-k+1$	$X_m$	$X_m$	...	$X_m$	$X_1$	$X_1$	...	$X_1$	$X_1$
$m-k+2$	$X_2$	$X_1$	...	$X_1$	$X_2$	$X_2$	...	$X_2$	$X_2$
$m-k+3$	$X_3$	$X_3$	...	$X_2$	$X_3$	$X_3$	...	$X_3$	$X_3$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$m$	$X_k$	$X_k$	...	$X_{k-1}$	$X_k$	$X_k$	...	$X_k$	$X_k$

けする有権者  $a$  人以外からは、前者のグループの候補者より常に下位に順位づけられる。そのため、 $i \in \{1, \dots, k\}$  と  $j \in \{k+1, \dots, m\}$  について、 $|X_j \succ X_i| = (k-1)a + (m-k)b > a = |X_i \succ X_j|$  が成り立ち、 $X_i$  は  $X_j$  に多数決では勝つが一対比較では負ける。

また、票数  $a$  と  $b$  によっては、多数決で選出される候補者の最高の Borda 得点が、選出されない候補者の最低の Borda 得点より低くなり得る。Borda 得点は、各有権者が  $i$  位の候補者に  $(m-i)$  点を与え、それを候補者ごとに加算し算出する。多数決で選出される候補者の中で最高の Borda 得点を得るのは  $X_1$  である。一方、選出されない候補者の中で最低の Borda 得点を得るのは  $X_m$  である。表 3 の両端以外の列では  $X_1$  と  $X_m$  の順位は 1 のみ異なることに注意すると、 $X_1$  と  $X_m$  の Borda 得点の差は  $B(X_1) - B(X_m) = (m-k)a - (k-1)a - (m-k-1)b - (m-k)b = (m-2k+1)a - (2m-2k-1)b$  である。例えば、 $a = 2b$  のときは  $B(X_1) - B(X_m) = (3-2k)b < 0$  となり、多数決で選出される候補者の Borda 得点の方が低い。

#### 4. おわりに

Borda と Condorcet は、多数決で 1 人を選出する場合に、一対比較で他のすべての候補者に負ける候補者 (Condorcet 敗者) を選出し得ることを指摘した [1]。Borda はそれを回避する手法として、Borda 得点が最高の候補者を選出するスコアリングルールを提案した。このルールでは、Condorcet 敗者は選出されない [2]。本稿では、 $k(\geq 2)$  人を選

出する場合にも、一対比較と Borda 得点の比較の両方における下位  $k$  人を多数決が選出する例を構成し、Borda や Condorcet の指摘と同様の問題が起き得ることを指摘した。

表 3 のように、全有権者から  $k$  位以内に順位づけられている候補者 ( $X_{k+1}, \dots, X_m$ ) であっても、多数決で選出される  $k$  人から外れ得る。多くの有権者から高位に順位づけられる候補者であっても、1 位に順位づけられなければ選出されないことが多数決の特徴として指摘されているが、複数人を選出する場合も同様の特徴をもつ。

また、一人を選出する多数決と同じく、有権者は、自分の票が死票になることを避けるために、結託して次善の候補者に投票する戦略的操作を行う動機を持ち得る。表 3 の選好では、落選する候補者を支持する有権者は、候補者  $X_{k+1}$  に票を集めることによって、自身の 2 位以上の候補者を選出させることができる。一方、この例では、一対比較や Borda 得点での下位  $k$  人に投票していた有権者は、戦略的操作をせずに正直に投票することが最善となる。

#### 参考文献

- [1] 坂井豊貴: 社会的選択理論への招待, 日本評論社 (2013).
- [2] Fishburn, P.C. and Gehrlein, W.V.: Borda's Rule, Positional Voting, and Condorcet's Simple Majority Principle, Public Choice, Vol.28, pp.79-88 (1976).