

切断実現ボラティリティの時系列分析

慶應義塾大学大学院理工学研究科 *山本健弘 YAMAMOTO Takehiro
01505910 慶應義塾大学理工学部 枇々木規雄 HIBIKI Norio

1. イントロダクション

リスク管理や資産配分問題、派生商品の価格付けにおいてボラティリティは重要な変数であり、ボラティリティの予測を精度良く行うことで将来のリスクを管理することができる。近年、高頻度データの普及に伴い実現ボラティリティ (Realized Volatility, RV) の研究が盛んに行われているが、多くの研究が価格過程におけるジャンプの存在を指摘しているように、ジャンプの影響を考慮したうえでブラウン運動成分のボラティリティを正確に推計することが重要である。本論文においては切断実現ボラティリティ (Truncated RV, TRV) を分析対象とし、時系列分析における予測可能性からボラティリティ指標を評価し、ブラウン運動成分のボラティリティを正確に推計することを目的とする。また市場のトレンドに応じてボラティリティ指標を使い分けることでボラティリティの予測力が向上することを示し、トレンドに応じて適切なボラティリティ指標の選択を行う重要性を示す。

2. 切断実現ボラティリティ (TRV)

第 i 日内の時点 j における日中リターンを、対数価格 $p^*(t), 0 \leq t \leq T$ を用いて $r_{j,i} = p^*(i-1 + \frac{j}{M}) - p^*(i-1 + \frac{j-1}{M}), j = 1, 2, \dots, M$ と表すとき、第 i 日の RV_i は式 (1) のように表せる。 M は日中リターンの 1 日あたりの観測回数であり、本研究においては時間間隔は全て 5 分としている。

$$RV_i = \sum_{j=1}^M r_{j,i}^2 \quad (1)$$

RV は夜間と昼休みのリターンを含んでいるため、その影響を調整する方法として、それらを除いて計算した RV にその標本平均と日次対数リターンの標本分散の比をかける方法を用いる (RVHL と表記する)。

一方で RV が仮定している拡散過程では、価格変動におけるジャンプを説明できないという問題点がある。この解決方法として、式 (2) で与えられる TRV がある。

$$TRV_i = \sum_{j=1}^M r_{j,i}^2 1_{\{|r_{j,i}| \leq u_i\}} \quad (2)$$

ここで u_i は閾値で正の定数である。 $1_{\{a\}}$ は条件 a が成り立っているときは 1、そうでないときは 0 となる指示関数である。これは $r_{j,i}$ のうち、その絶対値が閾値以

下のものを足し上げることで、ジャンプによるリターンをできるだけ取り除き、ブラウン運動部分の積分ボラティリティを正確に算出するのが目的である。閾値の決定に関しては、ブラウン運動による変化分をなるべく残しつつ、ジャンプ成分の影響をできるだけ除去するといったトレードオフ関係を考慮する必要があるため、両者のバランスを考えた閾値決定を行うことが重要である。本研究では以下に示す 3 種類の TRV を用いる。

TRV-ait (従来法) Ait-Sahalia and Jacod[1] による閾値決定方法であり、TRV と RV の推計量の差を TRV と RV の標準偏差の一定割合以内に抑えこむ方法である。パラメータに関しては先行研究と同様のものを用いた。

TRV-norm (提案法 1) 基準化した日中对数リターンをその絶対値の大きい順に除外していき、その都度 K-S 検定によって p 値を算出する。p 値が最大となったときに除外したリターンの境を閾値とした。

TRV-fix (提案法 2) ある一定の割合で日中对数リターンを除外するように閾値を決定する。TRV-fix($x\%$) は $x\%$ のリターンを除外した TRV である。

3. 時系列分析による指標の評価

3.1. 事前分析

2006 年 1 月～2018 年 7 月の TOPIX5 分足データを用いて、0～90%の間で 10%刻みの割合でデータを除外する TRV-fix を算出し単位根検定を行った結果、全ての指標で非正常過程とならなかったため、AIC を基準に時系列モデルとして ARMA(2,1) を採用した。

3.2. 損失関数による指標の評価

期間 1 と期間 2 において、訓練データ期間を 250 日としてローリング予測を行い、RMSPE と MAPE の 2 種類の損失関数を用いてそれぞれのボラティリティ指標の予測力を評価した。分析結果を表 1 に示す。

期間 1 2006/1/5～2013/12/30

期間 2 2014/1/6～2018/7/31

時系列モデルのパラメータ推定方法 最尤推定法

表 1: 時系列分析の結果

| | 期間 1 | | 期間 2 | |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| | RMSPE | MAPE | RMSPE | MAPE |
| RV | 6.8361 | 2.6609 | 2.0905 | 1.3117 |
| RVHL | 0.8316 | 0.5386 | 1.5388 | 1.0041 |
| TRV-ait | 0.4519 | 0.3120 | 0.5362 | 0.3791 |
| TRV-norm | 0.2914 | 0.2075 | 0.3314 | 0.2274 |
| TRV-fix(17 %)* | 0.2448 | 0.1793 | 0.3104 | 0.2020 |

* 期間 1 において、TRV-fix はデータを除外する割合が 17 % のときに RMSPE が最小となった。

従来の閾値決定法を用いた TRV-ait よりも TRV-norm や TRV-fix のほうが予測力が高くなった。またどちらも期間においても、時期によって損失関数が最小となる指標が大きく異なり、市場のトレンドに応じて適切にボラティリティ指標を選択することでボラティリティの予測力が向上することが示唆された。

4. 市場の局面に応じた指標の選択

テクニカル指標として VHF, サイコロジカルライン, ドンチャンチャンネルを用いて市場を複数の局面に分け、期間 1(2006/1/5~2013/12/30) において前節と同様の時系列分析を行うことで、各局面ごとに予測力の高いボラティリティ指標を決定する。

表 2: 各局面で予測力が高いボラティリティ指標

| | VHF | | ドンチャンチャンネル | |
|------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | トレンド 相場 | レンジ 相場 | 上昇 トレンド | 下降 トレンド |
| RMSPE | TRV-fix (17 %) | TRV-fix (22 %) | TRV-fix (22 %) | TRV-fix (17 %) |
| MAPE | TRV-fix (18 %) | TRV-fix (33 %) | TRV-fix (22 %) | TRV-fix (17 %) |
| サイコロジカルライン | | | | |
| | 買われ すぎ | 標準 | 売られ すぎ | |
| RMSPE | TRV-fix (12 %) | TRV-fix (21 %) | TRVfix (17 %) | |
| MAPE | TRV -norm | TRV-fix (21 %) | TRV-fix (17 %) | |

VHF, サイコロジカルラインを用いて局面分けした場合、トレンドがないときは除外する割合が比較的大きいときに予測力が高かった。これはレンジ相場のようにトレンドがなく価格変動が小さいときには、ごく少数の変動が大きなデータによって TRV がばらついてしまい、そのばらつきを抑えて損失関数を小さくするために、削除する割合が比較的大きくなったと考えられる。ドンチャンチャンネルにおいては、上昇トレンドでは除外する割合が大きく、下降トレンドのときには比較的割合が小さいときに予測力が高かった。下降ト

レンドにおいては価格の変動が比較的大きいことにより、TRV の変動が全体的に小さくなり、除外する割合をあまり大きくする必要がなかったと考えられる。

得られた指標を元に、期間 2(2014/1/6~2018/7/31) において局面に応じてボラティリティ指標を使い分けた場合と、単独の指標を用いた場合の予測力を比較したところ、テクニカル指標によって局面分けを行い、それぞれの局面において予測力の高いボラティリティ指標を用いると、単独の指標を用いた場合よりも予測力が高くなり、100 日ごとの損失関数による評価においても高い予測力を示した。

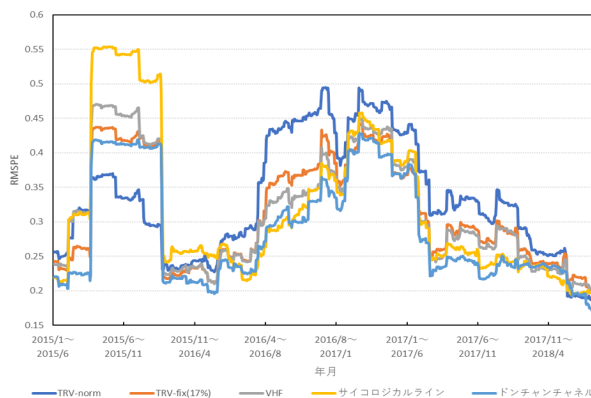


図 1: 100 日単位の RMSPE

5. 結論と今後の課題

RV よりも RVHL, TRV-ait よりも TRV-norm のほうがボラティリティの予測力が高かった。一方でデータを除外する割合を 15~20 % と一定値にしたときは TRV-fix の予測力が TRV-norm を上回り、時系列分析における安定性が確認できた。またテクニカル指標を用いることで、市場のトレンドに応じて適切なボラティリティ指標を用いるとボラティリティの予測力が向上し、ブラウン運動成分のボラティリティを正確に推計することができた。今後の課題としては、データ期間の変更や個別銘柄への適用、新たなテクニカル指標や時系列モデルの導入が挙げられる。

参考文献

- [1] Y. Ait-Sahalia and J. Jacod, High-frequency Financial Econometrics, Princeton University Press, 2014
- [2] 吉田靖, 切断実現ボラティリティの推定と観測時間間隔 一日本株式による実証分析一, 統計数理 (2017), Vol.65(1), pp.141-154, 2017